

國立中央大學

數學研究所

碩士論文

血壓與交感神經活性訊號

數學關係之探討

A discussion of mathematical relations of blood
pressure and sympathetic nerve signals

研究生：張雅筑

指導教授：單維彰博士

中華民國九十六年七月



國立中央大學圖書館 碩博士論文電子檔授權書

(95 年 7 月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文電子檔(不包含紙本、詳備註 1 說明)，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

- ()同意 (立即開放)
()同意 (一年後開放)，原因是： _____
()同意 (二年後開放)，原因是： _____
()不同意，原因是： _____

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、公開陳列、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名： 張雅筑 學號： 942201025

論文名稱： 血壓與交感神經活性訊號數學關係之探討

指導教授姓名： 單維彰博士

系所： 數學所 博士班 碩士班

日期：民國 96 年 6 月 18 日

備註：

1. 本授權書之授權範圍僅限電子檔，紙本論文部分依著作權法第 15 條第 3 款之規定，採推定原則即預設同意圖書館得公開上架閱覽，如您有申請專利或投稿等考量，不同意紙本上架陳列，須另行加填聲明書，詳細說明與紙本聲明書請至 <http://blog.lib.ncu.edu.tw/plog/> 碩博士論文專區查閱下載。
2. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
3. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
4. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

國立中央大學碩士班研究生

論文指導教授推薦書

數學 學系/研究所 張雅筑 研究生所

提之論文

血壓與交感神經活性訊號數學關係之探討

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授

單維彰

(簽章)

96 年 6 月 1 日

國立中央大學碩士班研究生
論文口試委員審定書

數學 學系/研究所 張雅筑 研究生

所提之論文

血壓與交感神經活性訊號數學關係之探討

經本委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人

嚴健彰

委

員

蔡孟利

單維彰

中華民國 96 年 6 月 18 日

摘要

觀察受刺激狀態下血壓與交感神經兩生物訊號，採用阻尼函數與方盒函數分別來模擬此兩生物訊號，並利用數學模型找出其對應的參數，根據這些參數去討論在不同刺激頻率下，頻域為 0 至 1Hz 兩數學模型比值的對數關係，使用最小平方法求得直線關係。且利用此直線去分析在不同的刺激強度或不同的刺激時間下，對此直線關係的影響為何。並定義方盒函數的振幅倍率 α 與阻尼函數的振幅倍率 $f(\alpha)$ 為非線性關係，方盒函數與阻尼函數的持續時間關係為線性。本研究針對相同的刺激強度、不同刺激強度、相同刺激時間，以及不同刺激時間等各種情況下分析直線關係的改變，並得知在改變刺激強度時，則直線關係的 y 截距亦隨之改變，且 α 在 0.8 至 1.4 之間，當 α 值愈大， y 截距愈大；改變阻尼函數的持續時間時，則改變了直線關係的斜率變化，當阻尼函數持續時間 β 愈大，斜率也愈大。且發現不同的方盒函數持續時間，所對應的交會點，隨著持續時間愈大而愈接近頻率小的地方。

關鍵字：血壓、交感神經、阻尼函數、方盒函數

Abstract

The blood pressure and sympathetic nerve in the stimulated state were observed. We used the damping function and box function to simulate those two signals respectively, and experimented data were used to find the parameters of two mathematical models. Using the resulted parameters, we discussed the relationship between two mathematical models at the frequencies between 0 and 1 Hz with different stimulated frequencies. The least square method was used to determine the linear relation. We defined that the relation of amplitude of the box function and damping function to be nonlinear, and the relation of duration of the box function and damping function to be linear. Finally, we found that the y-intercept of the line obtained by the least square method changes when the stimulation intensity changes, while the slope changes when the duration of damping function changes.

keywords: blood pressure, sympathetic nerve, damping function, box function

致 謝 辭

一眨眼，兩年的研究所生活即將劃上句點，在此，深深地感謝我最敬愛的指導教授 單維彰老師，謝謝老師偉大的包容與教導，讓我兩年來總是過著充實又豐富的生活，很喜歡老師總是教我們作學問就像是登山一樣，每一步都要沉穩紮實，更是我學習路上的最佳典範。

此外，非常感謝另一位滿腹熱忱的指導教授 蔡孟利老師，謝謝老師不辭辛苦地從宜蘭來回指導我，無論是做研究或是生活上，總是有暖暖的關心，謝謝您不斷地給我信心與勇氣，讓我擁有滿滿的動力。也謝謝口試委員 嚴健彰老師的指教，使我的論文能夠更趨於完整和豐富。

回想這兩年在中大的日子，很幸運地擁有一群非常棒的好朋友。感謝我大師兄-柏成學長，謝謝學長在忙碌的工作之中，不厭其煩地傳授給我很多作論文的技巧與方向。謝謝美麗的怡萍學姐，像姐姐一樣地照顧我，並給了我很多寶貴的意見，讓我這兩年總是充滿很多歡笑與美好的回憶。再來謝謝最照顧我、也是亦師亦友的好師兄-博文學長，謝謝學長給了我很多溫暖，陪我度過最快樂、也最傷心的日子。謝謝我兩位可愛的室友：豐如學姐和凱涵妹妹，給了我很多生活上的幫助，一起在沙發上聊天的日子，一起陪我寫程式作業寫到天亮的義氣，我會永遠的放在我心中。謝謝最有義氣的乙組好伙伴新倫，無論是課業上、生活上，由於有你的陪伴，讓我總是不孤單。謝謝我同門好姐妹美女佳玲，在我有需要的時候，總是給我溫暖的力量。謝謝研究室坐我隔壁、很貼心很可愛的宗翰，給了我很多研究室的歡笑，以及一起聊天談心的時光。當然一定要謝謝 3 樓的飯友們，還有從碩一就認識，有困難要一起撐、有棒球要一起打的億庭學長。謝謝我可愛又率真的師妹蕙稜，還有體貼的阿超學弟，以及所有很照顧我的學長姊與同學們，研究所的生活有了你們，真的很美好。

再來感謝我兩位在美國與英國深造的高中姐妹-瑋玲跟佳甄，也是因為

時差的幫忙，所以總在夜深人靜趕作業的時候，還有妳們的陪伴。同時也感謝我大學時代很照顧我的欣怡學姐與卓雲學長，謝謝你們從大學以來，就不斷的給我鼓勵與幫忙。謝謝詠榕學長，陪我在校園散心的時光。謝謝我大學親愛的好朋友們，還有像家人一樣親的國中同學們，謝謝你們的關心與問候。

最後，把這份畢業的喜悅獻給我的親愛的奶奶、爸爸和媽咪，以及我最可愛的妹妹，謝謝你們一路以來的扶持與陪伴。

張雅筑 於 好熱的夏天

中華民國 96 年 7 月

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
致謝辭	iii
目錄	v
圖目錄	vii
表目錄	ix
1 緒論	1
1.1 生物訊號來源與背景介紹	1
1.2 研究動機	2
2 血壓與交感神經訊號之數學模型	4
2.1 原始訊號之基本處理	4
2.2 模擬血壓訊號之數學模型	5
2.2.1 阻尼函數模型試驗	6
2.2.2 阻尼函數模型與血壓訊號比較	7
2.3 模擬交感神經訊號之數學模型	9
2.4 模擬血壓及交感神經訊號之數學模型的頻域對應值關係	11
3 血壓與交感神經訊號之數學模型關係探討	19
3.1 相同刺激強度下，兩數學模型之關係	19
3.1.1 改變刺激強度造成之影響	20
3.1.2 改變持續時間造成之影響	21
3.2 模擬未受刺激狀態下的自然狀態	24
3.2.1 模擬不同刺激強度的影響	24

3.2.2	模擬不同刺激時間的影響	25
3.3	模擬不同刺激強度與刺激時間所造成的影響	28
4	討論	35
	參考文獻	38
	附錄	39

圖目錄

1	受刺激狀態下，血壓與交感神經之原始訊號圖與其頻譜圖對照，總時間為 63.3203 秒	12
2	受刺激狀態下，血壓與交感神經濾波(大於 0.85 Hz)後之訊號圖與頻譜圖對照	12
3	受刺激狀態下，血壓與交感神經訊號濾波後之訊號圖，總時間為 63.3203 秒	13
4	連續數個刺激下完整血壓與交感神經訊號圖，總時間為 52.4596 秒	13
5	阻尼函數模型。最大值分別為 (1,2)、(1,4) 與持續時間分別為 4 秒、5 秒之圖形對照	14
6	阻尼函數在不同刺激頻率下疊加的結果，總時間為 30 秒	14
7	模擬單一血壓訊號的阻尼函數，總時間為 10 秒	15
8	數個血壓訊號與穩定狀態中數個阻尼函數之對照	15
9	由圖 4.b 所取出來的縮減圖	16
10	數個交感神經訊號與穩定狀態中數個方盒函數之對照	16
11	頻率為 0.1 的阻尼函數與方盒函數疊加後的結果，總時間為 60 秒	17
12	圖 11 之頻譜對照	17
13	模擬血壓及交感神經訊號之數學模型的頻域對應值對數關係	18
14	血壓與交感神經訊號模型振幅之間的關係	29
15	對不同頻率下，阻尼與方盒函數其頻域之對應值取對數關係	29
16	改變方盒函數的振幅，在不同頻率下，阻尼與方盒函數其頻域之對應值取對數關係	30

17	不同刺激強度下，阻尼函數與方盒函數疊加後的結果，總時間為 60 秒	30
18	圖 17 之頻譜對照	31
19	不同刺激強度下，阻尼函數與方盒函數的頻域對應值對數關係	31
20	不同刺激時間下，阻尼函數與方盒函數疊加後的結果，總時間為 60 秒	32
21	圖 20 之頻譜對照	32
22	不同刺激時間下，阻尼函數與方盒函數的頻域對應值對數關係	33
23	不同刺激強度與刺激時間下，阻尼函數與方盒函數疊加後的結果，總時間為 60 秒	33
24	圖 23 之頻譜對照	34
25	不同刺激強度與刺激時間下，阻尼函數與方盒函數的頻域對應值對數關係	34

表目錄

1	6 個週期訊號振幅發生的時間點關係	7
2	不同的方盒函數持續時間與其最小平方法結果	22
3	不同誤差範圍的刺激強度與其最小平方法結果	25
4	不同誤差範圍的持續時間與其最小平方法結果	26
5	不同持續時間與其最小平方法結果	27

第 1 章 緒論

1.1 生物訊號來源與背景介紹

長久以來，心血管疾病一直困擾著國人的健康品質，而非但如此，根據資料[1]顯示，七千一百萬的美國人有一種甚至一種以上的心血管疾病問題，且六十五歲以上佔有將近四成。而近年來在台灣，心血管疾病的發生更有年齡層下探的趨勢，預防更勝於治療，如何有效地預測心血管疾病的發生，也成為重要發展的課題。

許多心臟血管系統的疾病和自主神經系統的異常有關，因此如何偵測自主神經活性對於心臟血管系統疾病的診斷就有很重要的臨床價值。但由於自主神經活性的直接偵測，常須經過侵入式的檢驗方式，並且不容易達到動態偵測的目的，所以發展非侵入式且能動態反應自主神經活性的方法對臨床診斷而言是一個重要的研究目標。心跳速率和血壓大小是描述心血管系統運作的重要參數，並且自主神經系統與此二數值的大小變化息息相關。

心跳速率和血壓大小雖然需要因應與身體所處的環境而有起伏變化，但是基本上其仍需維持在一恆定的狀況。此二參數的恆定維持於短時間內的調控，乃是經由自主神經系統中交感及副交感神經間的交互作用來完成。透過感壓反射及本身的節律性活性，自主神經系統將血壓及心跳速率以振盪的方式維持在某一定值附近。這種振盪狀態可以經由頻譜分析的方法，將其分解成依頻率排列的正弦波組，並計算出各頻率之能量大小。因為副交感神經比交感神經的作用較快且持續時間較短，所以二者所對應之頻譜範圍應該不同。而對血壓而言，由於大部分的動脈血管均無副交感神經的分布，因此其頻譜中所含的訊息與交感神經活性的關聯性較大。血壓的功率頻譜可略分為三個頻峰帶，包括極低頻區（very low frequency, VLF），低

頻區 (low frequency, LF) 和高頻區 (high frequency, HF) [5]。三個頻峰帶的範圍隨動物的種類而有所不同，目前已知 LF 之功率主要與交感神經操控有關。對老鼠而言，LF 的範圍一般認為在 0.2 到 0.8Hz 之間。

然而在討論血壓頻譜和交感神經活性關係的研究中，主要方法是以藥物或手術去除交感或副交感神經的活性，或是比較不同自主神經活性的生理狀況下血壓頻譜的變化情形。這些方法雖然可以顯示交感或副交感神經所影響的頻率區域，但由於缺乏神經訊號的直接記錄，關於這些頻率範圍內的功率和自主神經活性之間的定量關係並無法得知。在蔡孟利[2]的研究中，首先以大白鼠為實驗動物，在控制大多數影響血壓變化的因子後，以不同頻率直流電刺激延腦交感神經興奮區，藉此造成交感神經於不同頻率放電，進而影響血壓產生相對頻率的變化。結果發現特定的頻率交感神經的活性改變，會造成相同頻率的血壓訊號變動，且隨著頻率的增加，則受到交感神經訊號影響的血壓訊號的變動量有著指數下降的現象。以直線迴歸分析血壓與交感神經活性的頻譜強度比例之對數值與頻率關係時，在 0.016 到 0.85Hz 之間有非常顯著的相關性，因此其建議可利用此關係做為交感神經活性變動值與血壓變動值換算之數學式。

1.2 研究動機

在陳柏成[4]所提出的血壓與交感神經活性訊號關係的數學模型中，對照了未受刺激與受刺激的生物訊號，由於我們將深入地討論相同或不同的刺激強度，或是相同或不同的刺激時間下，血壓與交感神經之數學模型關係，故本文將僅延伸受刺激的生物訊號討論。

而陳柏成對血壓訊號的處理方式為先簡化原始訊號圖（作能量圖），找出基準線，並利用基準線作標準化。對交感神經訊號而言，濾掉大於 0.85Hz 以上的高頻，相同地，找出基準線，並利用基準線作標準化。而在本文中，對於原始的血壓與交感神經訊號，皆先濾掉大於 0.85Hz 以上不

相干的高頻，是因為此方法更容易觀察血壓與交感神經訊號之間的關係。並且不對訊號作標準化，原因在於，標準化只是將各訊號拉到同一個基準上來比較，並不會改變整體的波形起伏，故將不作標準化的處理。

關於數學模型的建構方面，陳柏成對於模擬血壓訊號採用邏輯曲線與阻尼函數，對於模擬交感神經採用方盒函數與阻尼函數，而在本篇裡，針對模擬血壓訊號只採用阻尼函數，且為了達到更好的模擬效果，也重新定義阻尼函數的參數。而模擬交感神經訊號時，因為我們將探討交感神經訊號對血壓訊號造成的影響，故對於交感神經訊號的強度與發生的時間做探討，方盒函數正能清楚的表現出訊號發生的強度與時間週期，故利用方盒函數來模擬交感神經的訊號。

而在各種刺激頻率下，陳柏成只對相同的刺激強度與固定的刺激時間，對交感神經訊號與血壓訊號的數學模型之頻遇對應值取對數關係作討論，但顯然地，這並未能詳盡地表現在生物實驗上的觀察結果，因為對自發性刺激的觀察，交感神經的強度並非每次都是有著相同的強度，而每次刺激交感神經的時間亦是如此，故在此，我們更深入地探討：不同刺激強度或不同刺激時間的交感神經訊號，在各種頻率下對血壓訊號所造成的影響，是否仍有著如同陳柏成所提出來的血壓與交感神經活性訊號的關係？亦或有不一樣的關係存在。

第 2 章 血壓與交感神經訊號之數學模型

2.1 原始訊號之基本處理

在受刺激狀態下，觀察血壓與交感神經的原始訊號與其頻譜分析，可得原始訊號圖分別為圖 1 中 1.a、1.b，而其頻譜圖之對照分別為圖 1 中 1.c、1.d。為了方便我們觀察血壓與交感訊號的特性，我們將濾掉 0.85Hz 以上不相關的訊號，即將圖 1 中 1.c、1.d 兩圖之虛線部份濾掉。

在此，將血壓與交感神經的原始訊號，經傅立葉轉換後，此時頻率域上的訊號將對稱於縱軸，故只畫出頻率大於 0 的訊號作為觀察的依據，而這裡在頻譜圖中的縱軸單位，分別標示為 mmHg 與 $\mu V \cdot sec$ 。而 (2.1) 式為傅立葉級數：

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2k\pi x) + b_k \sin(2k\pi x) \quad (2.1)$$

若 $f(x)$ 是血壓訊號，則 x 是時間 (millisecond) 而 f 是壓力 (mmHg)。傅立葉轉換的意思，基本上是把 $f(x)$ 改成係數 c_k ，其中 $c_k = a_k + b_k i$ ，我們畫的「頻譜圖」是 $|c_k|$ ，也就是 $\sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ ，假設 a_k 與 b_k 的單位為 mmHg，sin 與 cos 皆為無單位，則可得到頻譜圖中的縱軸單位為 mmHg。同理，交感神經訊號經傅立葉轉換後的單位亦是如此。

因為要濾掉 0.85Hz 以上不相關的訊號，也是圖 1.c、1.d 中虛線右側部分，則將大於 0.85Hz 之訊號皆設為零，即得圖 2 中 2.c、2.d 分別為血壓與交感神經訊號濾波後之頻譜圖，再對其做傅立葉逆轉換，可得到受刺激狀態下，血壓與交感神經濾波後之訊號，也就是圖 2 中 2.a 與 2.b。

對於血壓訊號而言，觀察圖 2.a，很明顯還有一個低頻的波動（週期大約 25 秒），為了達到更好的模型，也將小於 0.05Hz 的訊號濾掉，亦即圖 2 中 2.c 虛線左側部份，其濾波後之訊號圖為圖 3.a。而在圖 3.a 中，

取出連續數個刺激下完整波形訊號（總時間為 52.4596 秒），也是圖 3.a 中兩虛線間之訊號，得到圖 4.a，爾後將對此訊號進行模擬。

對於交感神經訊號而言，因實驗進行僅對於交感神經訊號的強度與發生時間間隔、持續時間作討論，則不再做任何處理。但為了配合血壓訊號，則將取出與血壓訊號相同時間段落之訊號，亦即圖 3.b 中兩虛線間之訊號，同樣的可以得到圖 4.b，之後也將對此訊號進行模擬。

2.2 模擬血壓訊號之數學模型

在進行生物實驗時，是將老鼠當作受刺激的對象，給予藥物或是電極，刺激其交感神經細胞，並紀錄其對血壓所造的影響，作為數據分析的依據。觀察圖 4.a，也就是連續數個完整刺激下的血壓訊號波形，我們可以發現每個單一週期的訊號有著：先迅速地升起再緩慢降下的趨勢。這個現象很接近阻尼函數（damping function），故利用它來模擬受刺激狀態下的血壓訊號。

令 a 、 b 、 $n > 0$ 為參數，定義阻尼函數為：

$$M(x) = \begin{cases} axe^{-bx^n}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

其振幅為 $ae^{\frac{1}{n}(\ln \frac{1}{bn} - 1)}$ ，當波形起伏降至振幅高度的 $\frac{1}{p}$ 時，則取此點至原點的距離為持續時間。令最高點位置為 (X, Y) ，持續時間為 T 秒。推得 n 、 a 、 b 之關係式如下：

$$\begin{cases} a = Ye^{\frac{\ln(\epsilon(\ln(X)^n) - 1)}{n}} \\ b = \frac{1}{nX^n} \\ (\frac{T}{X})^n + \ln(\frac{X}{pT})n = 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

這裡，僅對於 $p = 100$ 進行討論，故式子 (2.2) 的第三式可改為：

$$\left(\frac{T}{X}\right)^n + \ln\left(\frac{X}{100T}\right)n = 1$$

其中， X 代表振幅發生點與起始點的距離， Y 代表振幅的高度。舉例來說，假設 $(X, Y) = (1, 2)$ ，亦即振幅發生位置為 1 秒處，且振幅高度為 2，而持續時間分別為 4 秒、5 秒，即圖 5.a、5.b。若 $(X, Y) = (1, 4)$ ，即振幅發生位置為 1 秒處，且振幅高度為 4，持續時間分別為 4 秒、5 秒，即圖 5.c、5.d。

2.2.1 阻尼函數模擬試驗

由於欲模擬的血壓訊號為連續數個訊號的疊加而非單一的訊號，所以我們將無法明確知道何時才為真正單一刺激下的持續時間。假設實驗中刺激時間間隔夠長，也就是當血壓訊號可回到平靜狀態才有下一次的刺激，則持續時間就變得較顯而易見。反之，若血壓訊號還未回到平靜狀態，又受到另一刺激，則下一次的波形將受到前一次波形尾端的帶動而有所變化。以下將利用阻尼函數來說明此現象。

首先，給定一基本波：振幅為 4，振幅發生位置在時間為 1 秒時，且其持續時間為 4 秒，如圖 5.c。利用此基本波，分別考慮刺激頻率為 2 秒、3 秒、4 秒、5 秒以及 8 秒的情況下之疊加結果，也就是圖 6。顯然，圖 6 中 d、e 兩圖，並未受到疊加的效果的影響，而觀察圖 6 中的前 3 圖，都在疊加過程中，受到前一波形尾端的帶動，而使得振幅將提高些許，可以觀察發現出，至少經過 4 次疊加後，模型才趨於穩定狀態，亦即前一次波形尾端將不再對之後的模型有影響，這也是我們想要取得的模型對象。

令 t 為阻尼函數的持續時間，則上述的模型可表示為：

$$S_{BP}(x) = \sum_{k=1}^6 M(x - tk)$$

這裡 t 分別為 2、3、4、5 及 8。雖然經過疊加後，振幅將有些許地提高，而式中的 n 、 a 、 b 也將跟著有所不同，但其實對於模型而言，觀察圖 4.a 類似於圖 6.c，假設在圖 4.a 中，單一個完整波形訊號的時間視為持續時間，而將令刺激頻率為持續時間，故認為所成的影響幾乎可以忽略不計。故在此，將不會對疊加後而產生新的係數 n 、 a 、 b 做討論，而是對一開始的單一模型的係數進行探討。

2.2.2 阻尼函數模型與血壓訊號比較

由圖 4.a 可觀察出有 6 個週期訊號，其最高點出現的時間點如表 1：

週期訊號	振幅發生的時間點(秒)	相鄰振幅的時間差(秒)
1	2.4222	8.5870
2	11.0092	8.5323
3	19.5415	8.6026
4	28.1441	8.5714
5	36.7155	8.5010
6	45.2165	

表 1: 6 個週期訊號振幅發生的時間點關係

在表 1 第一欄代表圖 4.a 中 6 個週期訊號，第二欄代表此 6 個週期訊號的振幅發生之時間位置，第三欄則為兩兩相鄰振幅的時間間隔，亦是兩兩振幅發生的時間差。由此，計算時間差（也就是週期）的平均為 8.5589 ± 0.0416 ($n = 6$)，且振幅平均為 7.9031 ± 0.6949 ($n = 6$)，振幅發生位置與當次週期開始的距離平均為 1.3283 ± 0.1003 ($n = 4$)。爾後我們在討論阻尼函數之數學模型時，對阻尼函數的持續時間，由於其標準差很小，故將取週期的平均值 8.5589 作為討論阻尼函數持續時間的依據。對阻尼函數的振幅與振幅發生位置而言，在取出 6 個週期訊號時，較未能清楚的劃分何時才

為一次完整的訊號波形，故造成振幅與其發生位置的標準差略大的原因，為了計算上的方便，將把阻尼函數的振幅高度設為 7.9031，振幅發生位置與當次週期開始的距離為 1.3283。

則經由 2.2 節之式子可以計算出 $n = 1.1411$ 、 $a = 14.2920$ 、 $b = 0.6338$ ，並作出單一模擬血壓之波形的阻尼函數模型，如圖 7。欲模擬之血壓訊號為數個或多個連續訊號，故將圖 7 單一模擬訊號的波形，經過一連串疊加至一穩定狀態，也就是 2.1.1 節中的作法，取出穩定狀態中數個阻尼函數模型，再與圖 7 對照之可得圖 8，且其相關係數可達 0.95403。

依照 2.2.1 節所述，令 $t = 8.5589$ 為阻尼函數的持續時間，則上述的模型可表示為：

$$S_{BP}(x) = \sum_{k=1}^6 M(x - 8.5589k) + h$$

這裡為了圖形上的方便對照，令 $h = -2.6455$ 。

2.3 模擬交感神經訊號之數學模型

因為交感神經訊號所受的刺激是由實驗所控制，而我們欲探討交感神經訊號與血壓之間的關係，故對於刺激交感神經的時間長度與刺激的強度，會使血壓產生如何的反應進行討論。在此利用方盒函數（box function）來模擬交感神經訊號的時間長度與訊號的強度。

令 $c, d > 0$ 為參數，定義方盒函數為：

$$B(x) = \begin{cases} c, & 0 \leq x \leq d \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

其中， c 與 d 分別代表方盒函數的振幅與寬度，也就是交感神經訊號的刺激強度與持續時間。在圖 4.b 中，將小於 0.43 的值皆設為零，如此一來可得 6 個很明顯的突起如圖 9，並由圖 9 可得知 6 個突起的發生的起始點與持續時間。由於第 2、5 個突起的持續時間與振幅差異性過大，故忽略此兩個突起的持續時間與振幅。用其餘 4 個突起，得到平均週期為 8.5391 秒，平均持續時間為 0.5020，平均振幅為 0.53，因為只對於訊號的強度做討論，故再將振幅減去平均最低點（在圖 4.b 中，找出由圖 9 所對應的 6 個突起處，其左右兩端共 12 個點，取其平均值）0.15，也就是以 0.38 作為平均振幅，以此作出模擬交感神經訊號的方盒函數，並與受刺激下交感神經訊號圖對照，如圖 10。

將圖 4.b 與圖 9 的 6 個突起做對照，顯然在兩兩突起之間的訊號應為雜訊，而非我們所要之受刺激的交感神經訊號，故不計算它們與方盒函數模型的相關係數，若依圖 9 所示，計算縮減後的交感神經訊號與方盒函數的相關係數為 0.8215。令 $t = 8.5391$ 為方盒函數的週期時間，則上述

的模型可表示為：

$$S_{SNA}(x) = \sum_{k=1}^6 B(x - 8.5391k) + h$$

這裡爲了圖形上的方便對照，令 $h = 0.15$ 。

2.4 模擬血壓及交感神經訊號之數學模型的頻域對應值關係

由 2.2 與 2.3 節所求的的阻尼函數與方盒函數之數學模型，仿照 2.2.1 節的試驗，在總時間為 60 秒，阻尼函數與方盒函數的刺激頻率皆為 0.1、0.2、0.3、...、1.0，亦即週期分別為 10 秒、5 秒、3.333 秒、...、1 秒之情況下，進行模擬。對刺激頻率為 0.1 的阻尼函數（也是週期為 10 秒），進行疊加後並取其穩定狀態中的某一段訊號，如圖 11.a。再做其頻譜分析，取出頻率為 0.1 之頻域對應值，即 101.4，如圖 12.a。同理，方盒函數亦是如此，如圖 11.b、12.b，取得頻率之對應值為 1.135，則將兩對應值相除後取對數，得到圖 13 的第一個點。

對刺激頻率 0.2、0.3、...、1.0，重複以上步驟，在不同頻率下也會產生其他對數值，呈現在圖 13 中共 10 個點。觀察圖 13，顯然在 0 至 1 Hz 中，上述關係近似一條直線，故利用最小平方法求得此直線為 $y = -3.5987x + 4.3085$ ，並計算其相關係數為 0.9618。

此結果也與蔡孟利等[2]所提出：在頻率 0 至 1 Hz 中，血壓與交感神經訊號的頻率對應值相除取對數，其關係近似一條直線的特性相同。

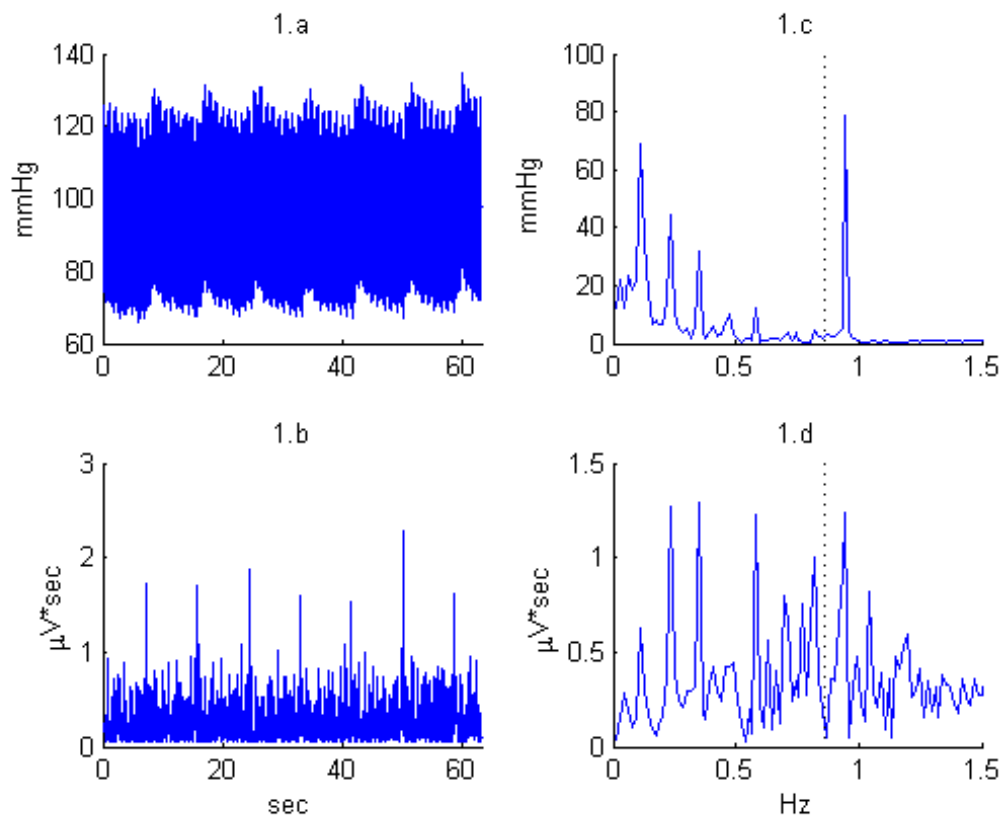


圖 1: 受刺激狀態下，血壓與交感神經之原始訊號圖與其頻譜圖對照，總時間為 63.3203 秒

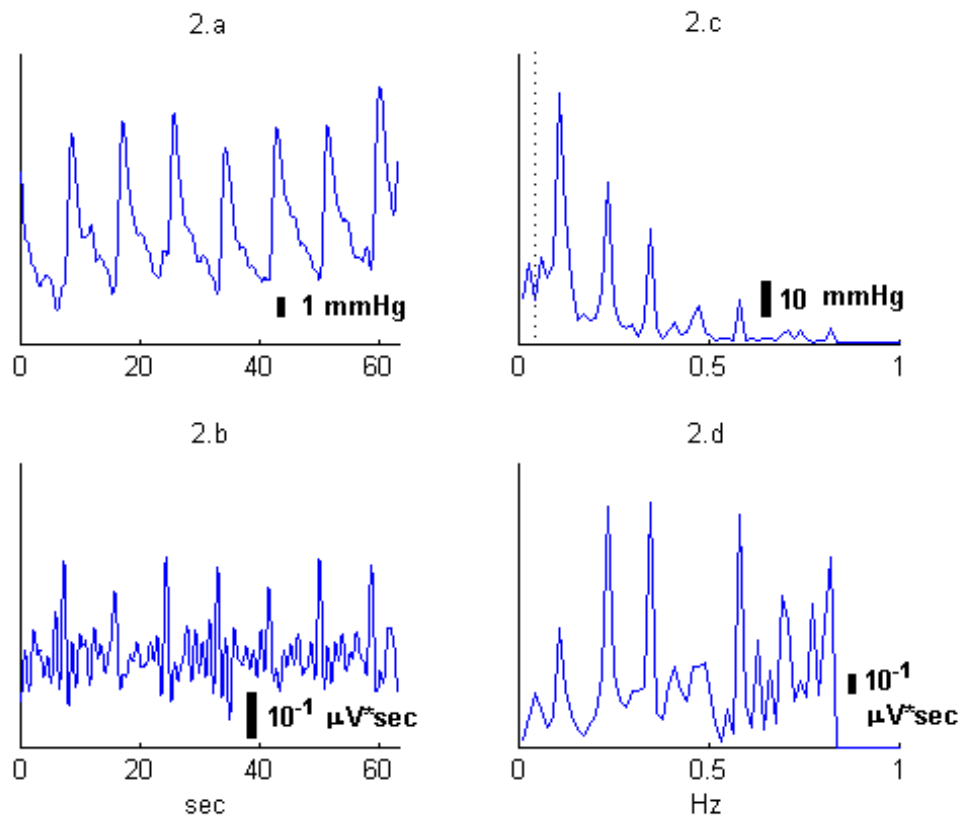


圖 2: 受刺激狀態下，血壓與交感神經濾波(大於 0.85 Hz)後之訊號圖與頻譜圖對照

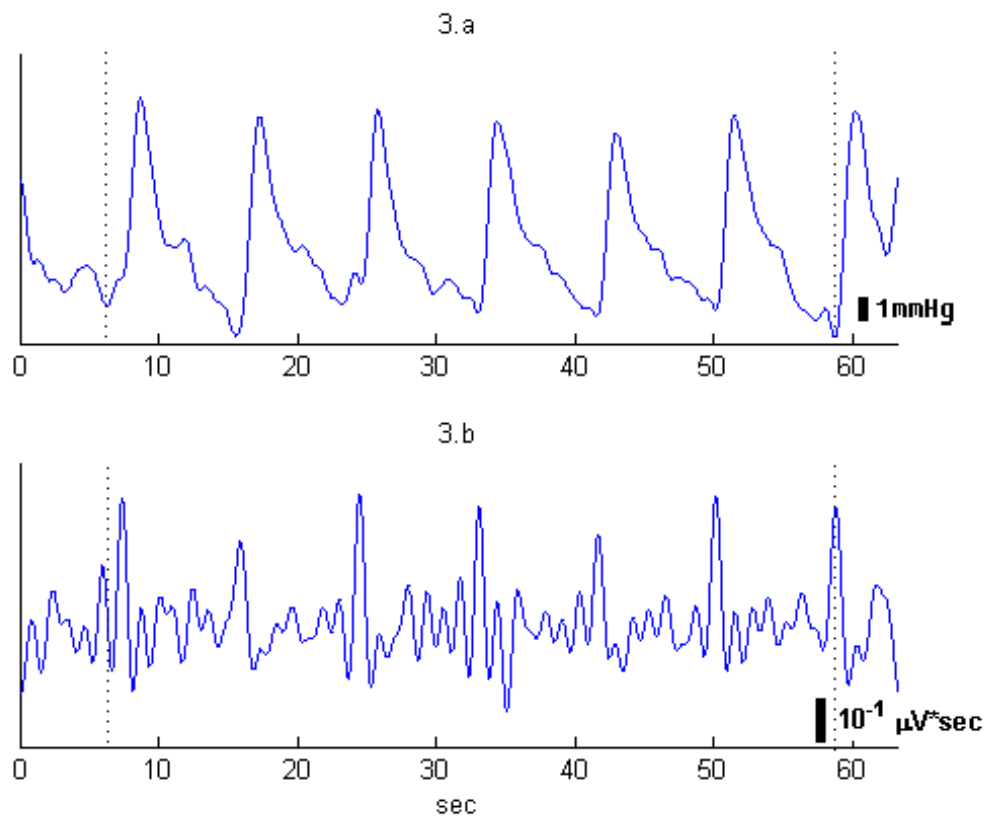


圖 3: 受刺激狀態下，血壓與交感神經訊號濾波後之訊號圖，總時間為 63.3203 秒

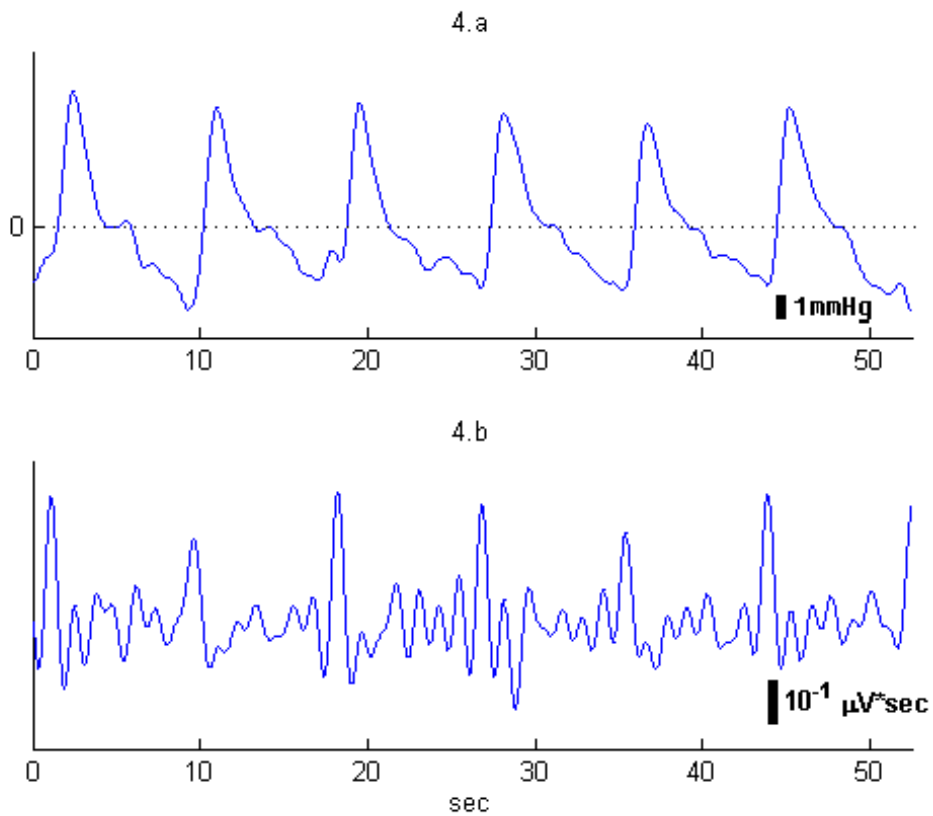


圖 4: 連續數個刺激下完整血壓與交感神經訊號圖，總時間為 52.4596 秒

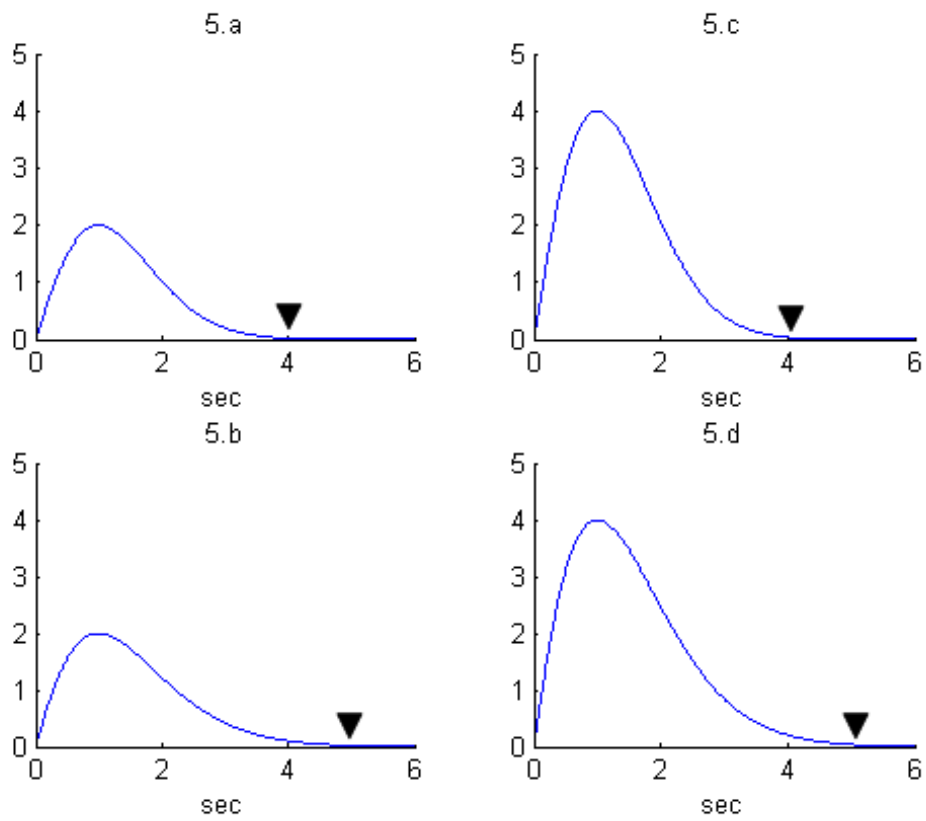


圖 5: 阻尼函數模型。最大值分別為 (1,2)、(1,4) 與持續時間分別為 4 秒、5 秒之圖形對照

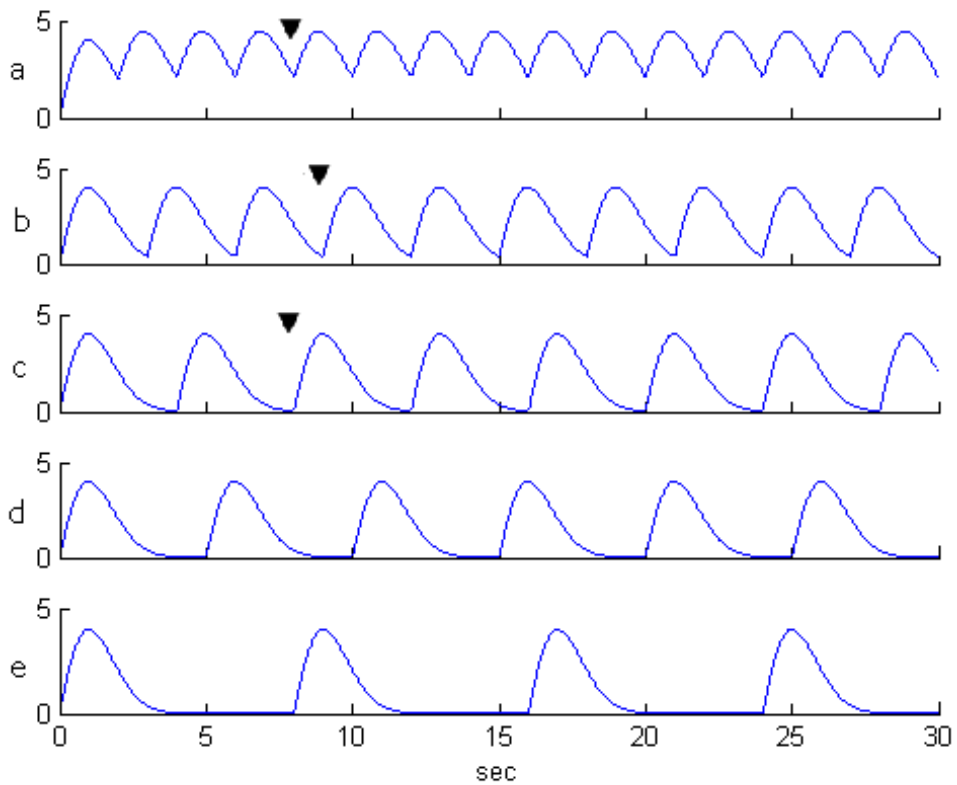


圖 6: 阻尼函數在不同刺激頻率下疊加的結果，總時間為 30 秒

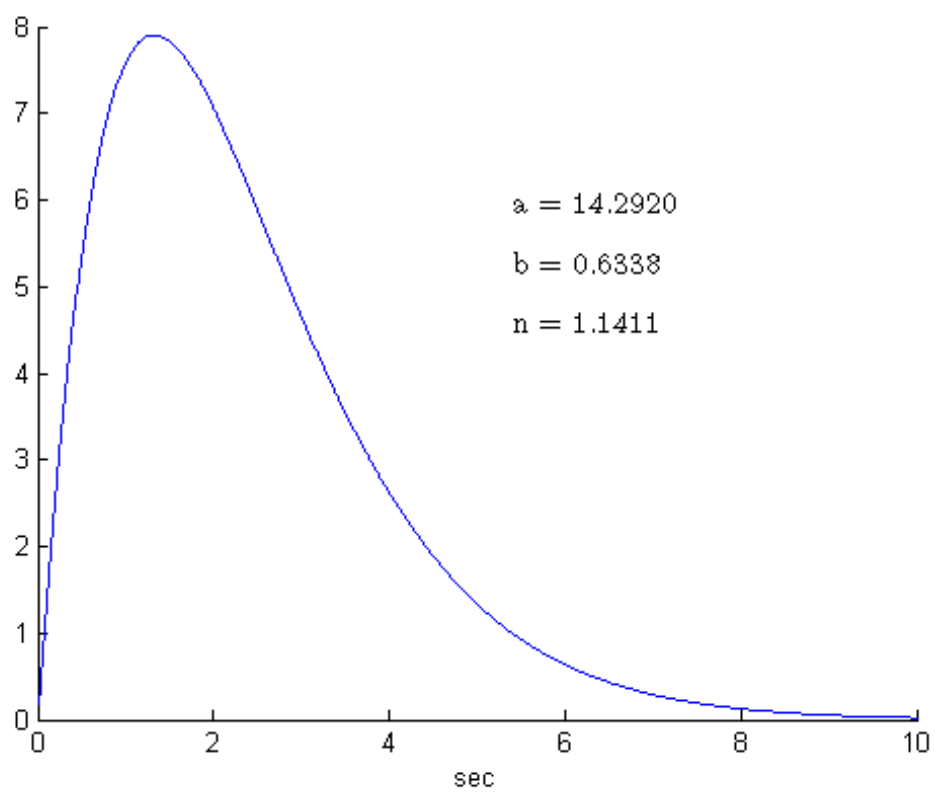


圖 7: 模擬單一血壓訊號的阻尼函數，總時間為 10 秒

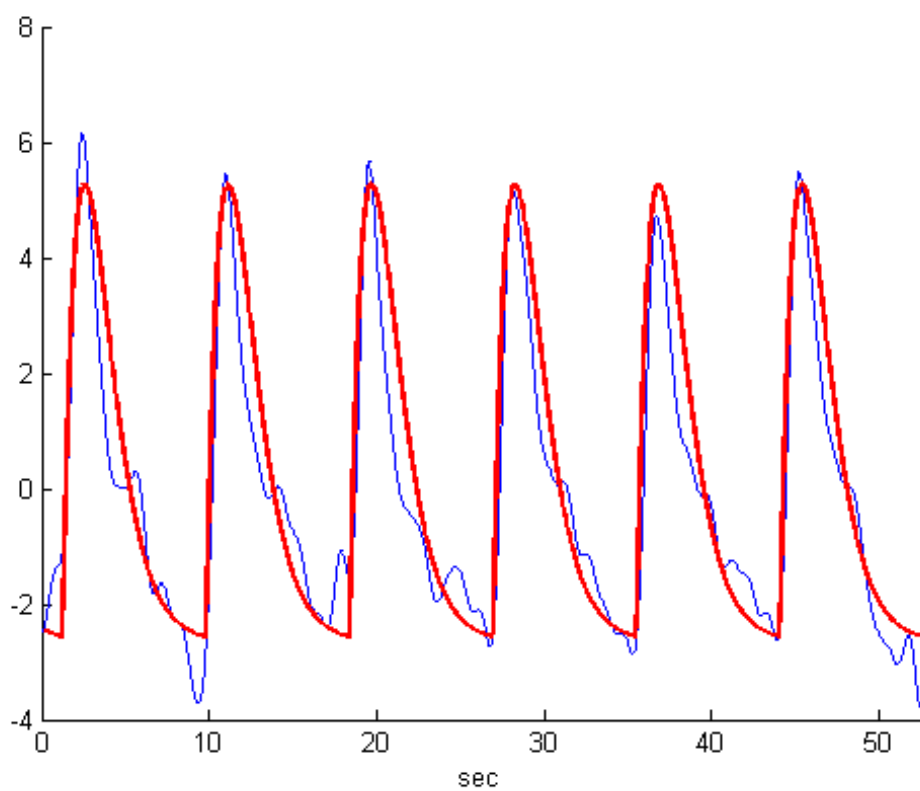


圖 8: 數個血壓訊號與穩定狀態中數個阻尼函數之對照

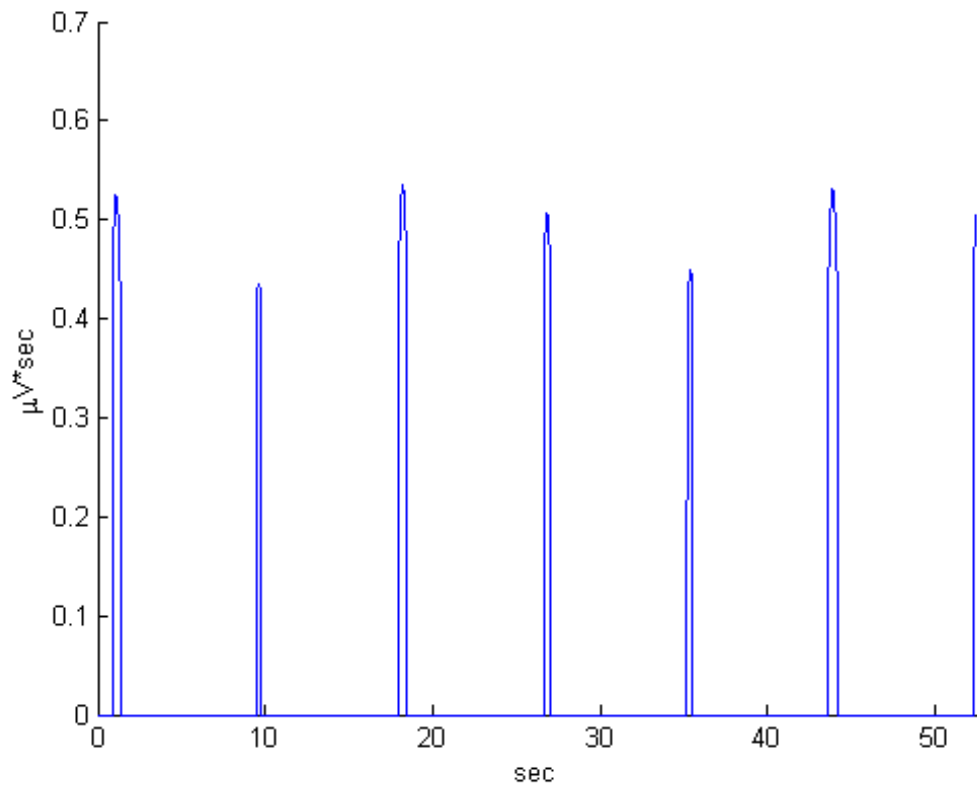


圖 9: 由圖 4.b 所取出來的縮減圖

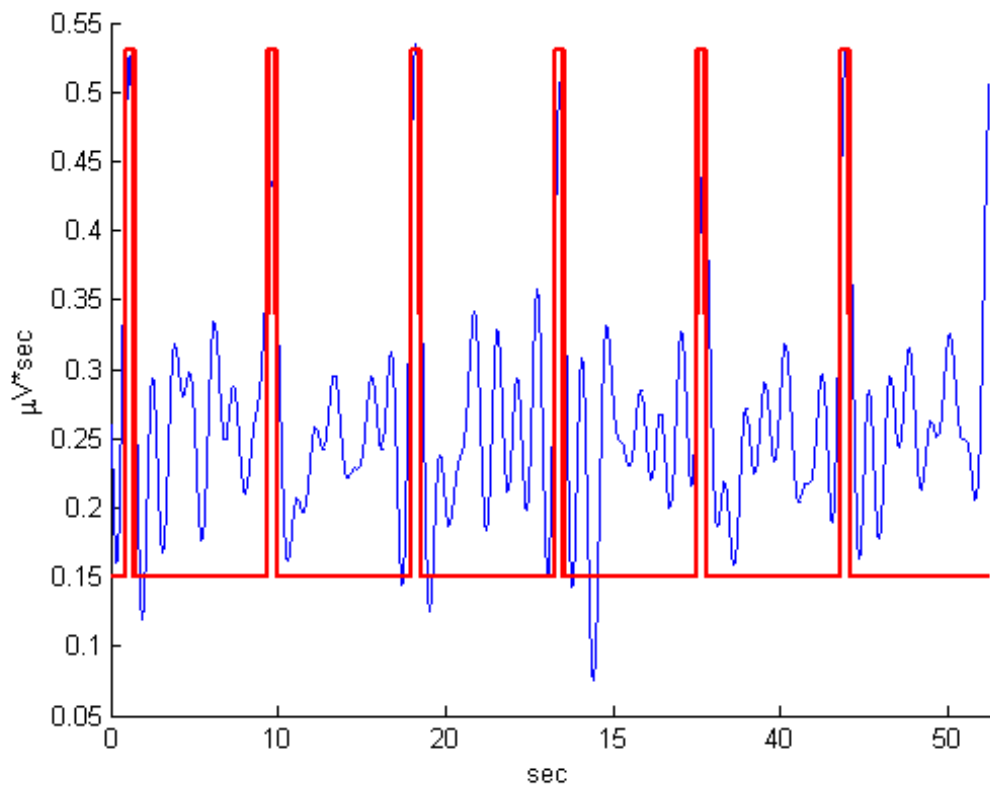


圖 10: 數個交感神經訊號與穩定狀態中數個方盒函數之對照

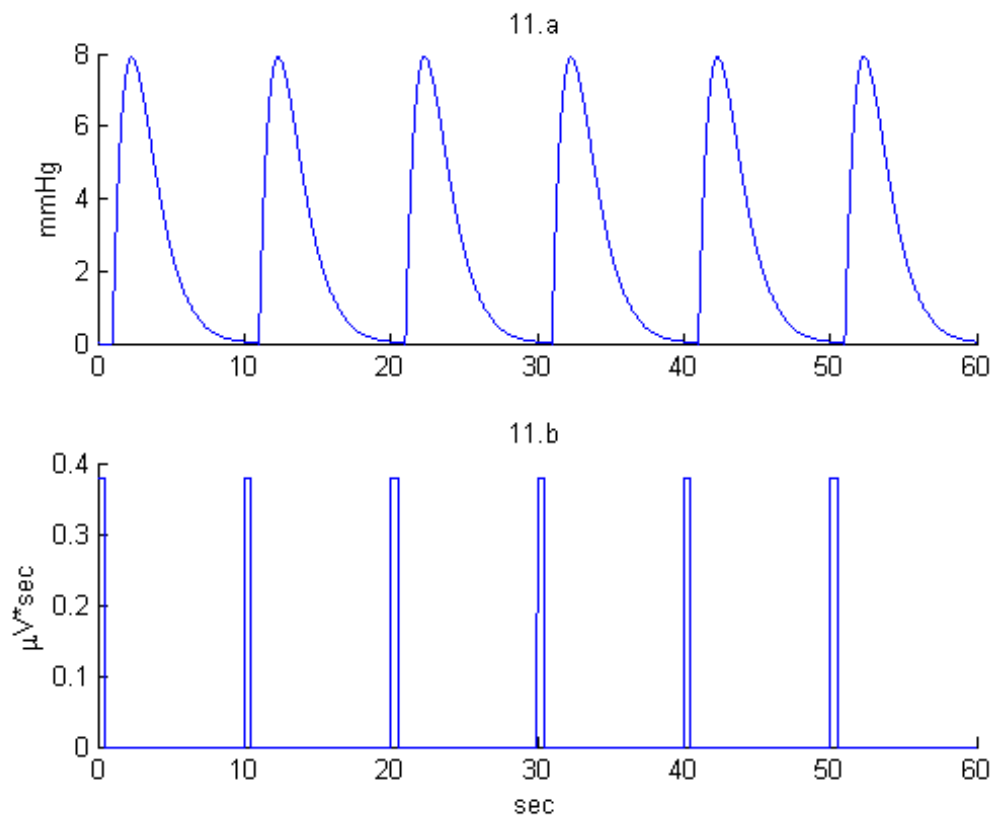


圖 11: 頻率為 0.1 的阻尼函數與方盒函數疊加後的結果，總時間為 60 秒

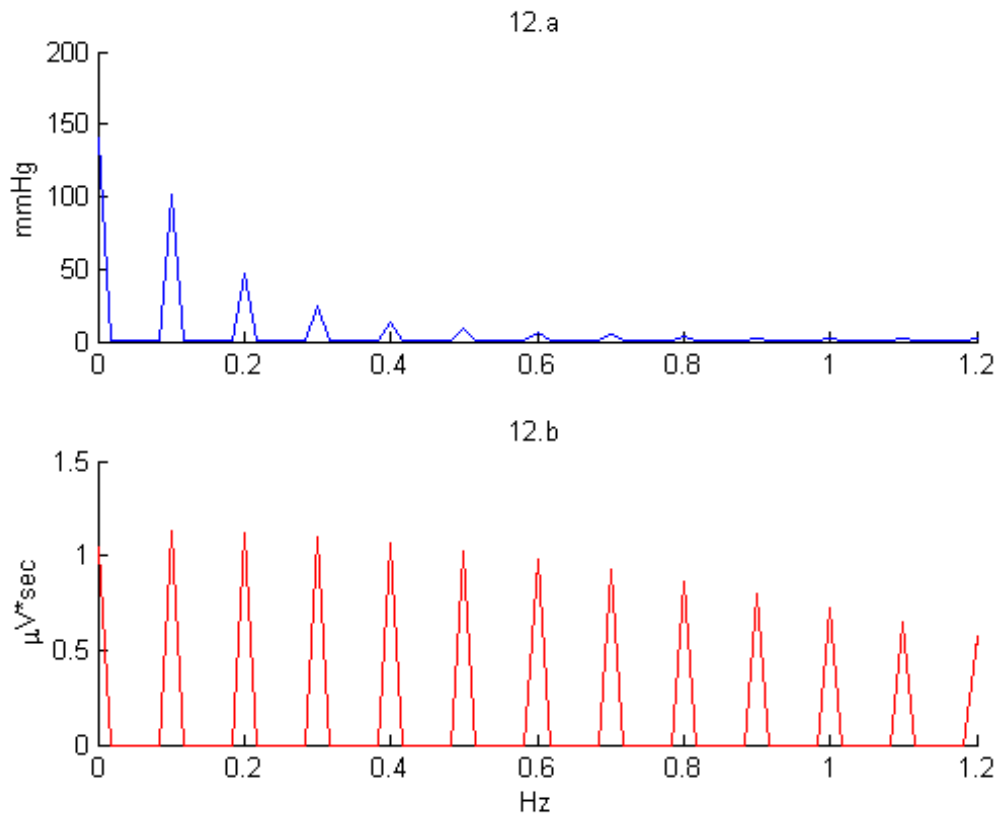


圖 12: 圖 11 之頻譜對照

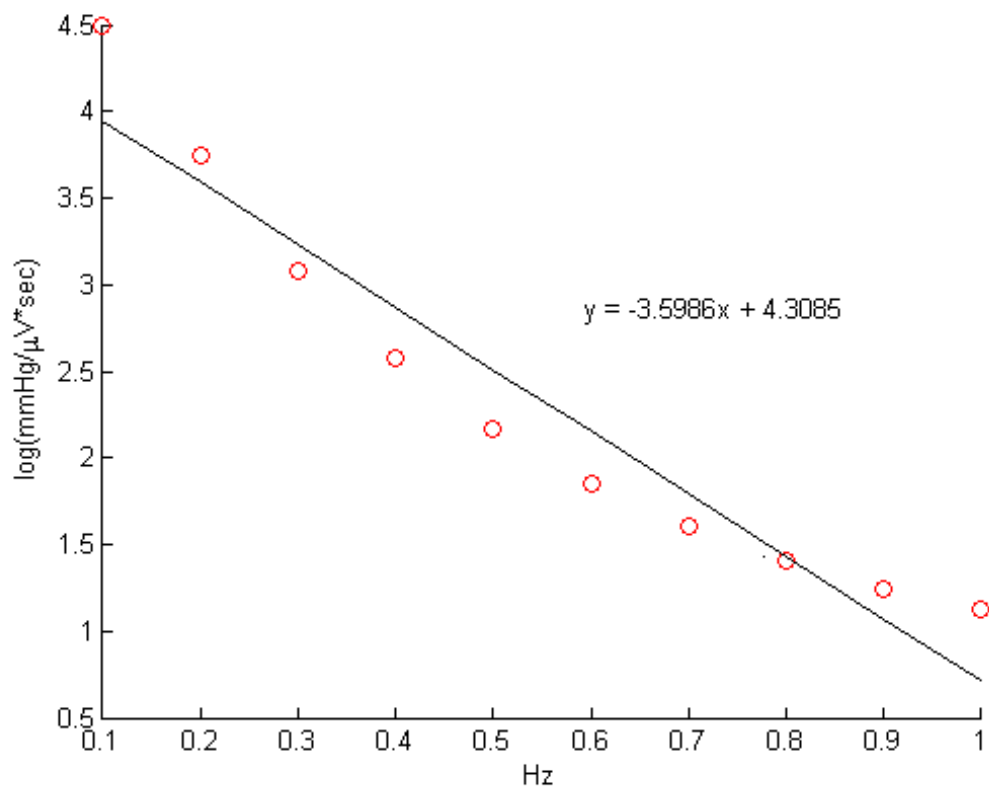


圖 13: 模擬血壓及交感神經訊號之數學模型的頻域對應值對數關係

第 3 章 血壓與交感神經訊號之數學模型關係探討

在生物實驗中，對於各種不同刺激頻率，利用電極或是藥物控制刺激老鼠的交感神經並記錄其與血壓的訊號，加以分析後可獲得：在不同的頻率下，其血壓與交感神經訊號頻域對應值的對數關係，近似一條直線。而經由數學模型來模擬生物訊號，使我們僅需要對數學模型改變參數，進而推演出在不同的參數下，是否有相同的現象。

因為在討論血壓與交感神經訊號頻域對應值的對數關係時，近似有著直線關係，故我們利用最小平方法來求得最佳直線解，根據第二章可知，討論對於血壓訊號與交感神經訊號，分別使用阻尼函數與方盒函數來模擬，故在往後討論不同參數下的阻尼與方盒函數問題時，都利用最小平方法求得最佳直線解，並用其對各種不同的參數作分析。爾後我們將會研究在各種刺激頻率下，改變方盒函數的振幅，或是改變阻尼函數的持續時間，對於阻尼與方盒函數頻域對應值的對數關係之影響。很明顯地可以知道，改變方盒函數的振幅，會使最佳直線解的 y 截距有所改變；而改變阻尼函數的持續時間，則會對最佳直線解的斜率有所影響。

3.1 相同刺激強度下，兩數學模型之關係

由 2.2 與 2.3 節所得到的阻尼函數與方盒函數的數學模型，在本節中，我們將對此數學模型，討論由改變刺激方盒函數的強度與血壓訊號持續時間的關係變化，對於最小平方法所求得的最佳直線有何影響。

在各種刺激頻率下，本節針對相同刺激強度下，利用已知的阻尼函數與方盒函數之參數，對於兩函數的振幅與持續時間進行各種試驗。其目的是為了要達到：由改變方盒函數的振幅強度，而使得阻尼函數振幅亦隨之改變，根據 2.4 節，刺激頻率在 0 至 1 Hz 間，利用最小平方法，找出最佳的直線，觀察其直線的變化。或是改變阻尼函數的持續時間受方盒函數

影響的大小，依照前述方法，找出最佳直線，並討論此直線的變化關係為何。令方盒函數與阻尼函數的原振幅高度分別為 c 、 Y ，改變後的振幅高度分別為 c_A 、 Y_A ，設方盒函數及阻尼函數改變後的振幅高度與原振幅的倍率關係，分別為 α 與 $f(\alpha)$ ，並給定交感神經訊號強度與血壓訊號振幅關係如圖 14。且方盒函數與阻尼函數的持續時間分別為 d 與 T ，設定兩數學模型之振幅與持續時間兩變數關係式如以下：

$$(3.1) c_A = \alpha c \Rightarrow Y_A = f(\alpha)Y。$$

$$(3.2) T = d + \beta。$$

3.1.1 改變刺激強度造成之影響

因為進行生物實驗時，以人為操作設定交神經訊號受刺激的時間為 0.5 秒，故設定方盒函數的持續時間 $d = 0.5$ 秒。由第二章的數學模型，得到方盒函數的振幅 $c = 0.38$ ，阻尼函數的振幅 $Y = 7.9031$ ，而這裡，我們將不討論阻尼函數振幅的發生位置，所以固定阻尼函數的振幅發生位置為距離阻尼函數起始點距離 1.3283 處。

在實驗總時間為 60 秒下，考慮 (3.1)，由於第二章所計算出阻尼函數的週期約為 8.5589，而已知方盒函數的持續時間為 0.5 秒，故設阻尼函數的持續時間比方盒函數的持續時間多 8 秒，也就是 $\beta = 8$ 。在此條件下，分別對 $\alpha = 0.8$ 、 1.0 、 1.2 、 1.4 等四種不同情況，方盒函數的振幅變為原來的 0.8、1.0、1.2、1.4 倍，根據圖 14，得到對應的四個不同的阻尼函數的振幅，並代入式 (2.2) 計算，分別得到對應的參數 n 、 a 、 b ，再依照 2.4 節的方法，畫出不同刺激頻率下，阻尼函數與方盒函數的頻域對應值之對數關係，如圖 15.a。由以上可知，我們固定相同的阻尼函數持續時間，利用不同的刺激強度，即不同的方盒函數振幅高度，在各種不同的刺

激頻率下，使得有不同的阻尼函數振幅，並使用最小平方法，獲得我們想要的最佳直線。

在陳柏成[4]所提出的血壓與交感神經活性訊號關係的數學模型中，將阻尼函數的振幅設為方盒函數振幅的常數倍，而本節針對振幅的討論為：方盒函數振幅變為原來的常數倍，而阻尼函數的振幅與原來的振幅有著函數關係，如圖 14，而且函數的關係設定依據：當老鼠未受刺激時的血壓訊號，為平均受刺激強度之血壓訊號的 0.4 倍，而當老鼠所受的刺激強度為平均的 2.5 倍，此時血壓訊號，也為平均受刺激強度之血壓訊號的 2.5 倍。而阻尼函數持續時間的依據，則是維持陳柏成所使用的：阻尼函數的持續時間與方盒函數的持續時間呈線性關係。

觀察由最小平方法所得到的直線，皆因為振幅的改變，而使得所得到的直線，斜率皆相同，只是因為振幅的改變，而有不一樣的 y 截距。大致來說， y 截距的大小，會由方盒函數振幅的改變大小而決定，在圖 15.a 中，僅對 $\alpha = 0.8$ 、 1.0 、 1.2 、 1.4 等四種不同情況作分析，可以得到約在 $\alpha = 0.8$ 至 1.4 之間，會因為 α 愈大， y 截距愈大，這裡，與陳柏成所假設阻尼函數的振幅設為方盒函數振幅的常數倍，有一樣的結果，也就是 y 截距的大小會由方盒函數振幅大小來決定。相同地固定 $\beta = 8$ ，在圖 16 中，觀察出 α 值的大小，並未能明顯得看出 y 截距的大小，可能的原因是：在設定振幅關係時， α 在 0.8 至 1.4 以外的點，其函數值很靠近兩條水平漸進線 0.4 與 2.5 所導致，但我們仍可以利用此項結果來推論，方盒函數振幅的改變會影響 y 截距的大小。

3.1.2 改變持續時間造成之影響

依照 3.1.1 節作法，令 $\alpha = 1$ ，也就是方盒函數的振幅與阻尼函數的振幅分別固定為 $c_A = c = 0.38$ 及 $Y_A = Y = 7.9031$ ，且 $d = 0.5$ 。由式

(3.2)，實驗在 $\beta = 7.0、7.5、8.0、8.5$ 等四個不同的延遲時間下，也就是阻尼函數的持續時間分別為 7.5、8、8.5、9 秒，代入式 (2.2) 計算，分別得到對應參數 $n、a、b$ ，畫出不同刺激頻率下，阻尼函數與方盒函數的頻域對應值之對數關係，如圖 15.b。

而固定方盒函數的振幅 $c_A = c = 0.38$ ，使得阻尼函數的振幅 $Y_A = Y = 7.9031$ ，討論阻尼函數對方盒函數的持續時間長短對直線的變化影響。由圖 15.b 我們可以發現，當阻尼函數的持續時間改變時，由最小平方法所得到的直線，都通過點 (0.32,3.16)，並對此點旋轉，且斜率皆有所不同。並觀察得知，當持續時間愈長，斜率愈大，對照陳柏成所作的實驗，亦有著相同的結果，故我們可以推論：當阻尼函數的持續時間改變，會影響斜率的不同，且持續時間愈長，斜率愈大。

在此筆生物訊號中，我們將刺激交感神經訊號的時間設定為 0.5 秒，而接下來對不同的刺激交感神經訊號時間，討論是否如上述的結果。令 $\alpha = 1$ ，對 $d = 0.3、0.4、0.5、0.6$ 等 4 個不同的方盒函數持續時間，實驗在 $\beta = 7.0、7.5、8.0、8.5$ 等 4 個不同的阻尼函數持續時間下，代入式 (2.2) 計算，分別得到對應參數 $n、a、b$ 。當 $\beta = 8.0$ 時，其最小平方方法的結果如表 2：

方盒函數持續時間 (秒)	最小平方法($\beta = 8$)
0.3	$y = -3.9480(x - 0.43) + 3.20$
0.4	$y = -3.8010(x - 0.37) + 3.17$
0.5	$y = -3.6043(x - 0.32) + 3.16$
0.6	$y = -3.3471(x - 0.19) + 3.43$

表 2: 不同的方盒函數持續時間與其最小平方方法結果

觀察表 2 我們可以發現，對於不同的方盒函數持續時間，對應不同的阻尼函數持續時間，會影響最小平方方法之交會點的改變，方盒函數持續時間愈大，則交會點發生的位置，愈靠近刺激頻率較小的地方，且固定方盒函數的持續時間後，阻尼函數的持續時間愈長，其最小平方方法之斜率愈

大。根據此結果，我們可以推論，不同交感神經的刺激時間，亦會影響最小平方法的結果，且不同的刺激時間，會影響最小平法之交會點的改變，而我們也可以利用此結果，將最小平方法的結果，往回推算交感神經的刺激時間，方便我們確認生物實驗的操作或是結果的正確性。

3.2 模擬未受刺激狀態下的自然狀態

在 3.1 節中，我們已討論相同刺激強度下，阻尼函數與方盒函數兩數學模型之關係，而在未受刺激的狀態下，生物體內仍會有自發性的刺激反應，而這些自發性的刺激並非如同 3.1 節中，都是相同的刺激強度或是相同的刺激時間。因此，在本節中，我們將針對不同的刺激強度與不同的刺激時間，針對兩數學模型之關係作討論。

3.2.1 模擬不同刺激強度的影響

首先，先設定刺激的強度也就是方盒函數的振幅高度，由隨機亂數決定，而根據觀察，我們可以得知，在自發性的刺激反應狀態下，不同的刺激強度的差異並不會太大，所造成不同方盒函數的振幅差異則設定維持在原方盒函數振幅 $c = 0.38$ 的 $\pm 10\%$ 範圍內。

而在各種的刺激頻率下，振幅高度隨機的情況要相同，且根據 2.2 節的討論，在不同刺激頻率下，阻尼函數的疊加過程，將達到一穩定狀態，才取出穩定狀態下的模型，對此模型作為模擬真實血壓訊號的依據。因此為了達到此要求，取 6 個隨機的方盒函數振幅高度，並利用 (3.1) 求得阻尼函數的振幅高度，固定阻尼函數持續時間為 8.5589，經過式 (2.2) 的計算，得到對應的 n 、 a 、 b 三個參數。例如在總時間 60 秒下，每 5 秒刺激一次的方盒函數與對應的阻尼函數如圖 17，而其頻譜對照如圖 18，並根據 2.4 節的方法，利用最小平方法，在刺激頻率 0 到 1 Hz 中，得到最佳直線為： $y = -3.6009x + 4.3361$ ，也就是圖 19，其相關係數為 0.9936。

由上述 6 個方盒函數的振幅取平均值為 0.3806，而其對應的 6 個阻尼函數振幅平均為 7.9437，根據此振幅所得到的最佳直線為： $y = -3.5986x + 4.3120$ ，與圖 19 中所求出的直線方程式，幾乎可以準確到小數點後第一位，其斜率誤差與截距的相對誤差分別為 0.06%、0.55%。

由此結論可以發現，如果方盒函數的振幅改變量在 $\pm 10\%$ 範圍內，而在 0 至 1 Hz 的刺激頻率下，阻尼函數與方盒函數的頻域對照值之對數關係，仍可以用單一的方盒函數振幅，推導出來。也就是說，當進行生物實驗時，可以將刺激交感神經訊號的強度，控制在 $\pm 10\%$ 範圍內，我們仍可以找到一個平均的刺激強度，使得在 0 至 1 Hz 的刺激頻率下，血壓訊號與交感神經訊號的頻域對照值之對數關係，可以精確到約小數點後第一位的精確度。

同理，對於不同方盒函數振幅改變量的範圍，如表 3，觀察其 y 截距的相對誤差，我們仍可以推論出：可利用單一的方盒函數振幅來表示各種不同刺激強度的結果。

誤差範圍	平均刺激強度	最小平方法	相關係數	y 截距相對誤差
$\pm 10\%$	0.3806	$y = -3.6009x + 4.3361$	0.9936	0.56%
$\pm 20\%$	0.3808	$y = -3.5998x + 4.4513$	0.9940	3.10%
$\pm 30\%$	0.3805	$y = -3.6011x + 4.4422$	0.9940	3.35%
$\pm 40\%$	0.3805	$y = -3.6007x + 4.7008$	0.9949	5.64%

表 3: 不同誤差範圍的刺激強度與其最小平方法結果

3.2.2 模擬不同刺激時間的影響

在本節以前，我們皆把交感神經的刺激時間，控制在 0.5 秒，也就是方盒函數的寬度為 0.5。而實際上，在觀察生物自發性反應時，交感神經的刺激時間並非皆為相同的時刻，故本節將固定相同的刺激強度，對不同方盒函數與阻尼函數的刺激時間下，兩數學模型關係進行討論。

而 3.1 節可以知道，改變方盒函數的持續時間比改變振幅高度的結果，比較不明顯，故在本節，我們將對不同方盒函數的持續時間的誤差作討論。同 3.2.1 節類似的作法設定 6 個不同的刺激時間，也就是隨機亂數決定 6 個不同的方盒函數寬度，但將固定其方盒函數的振幅，為了與 3.1 節，相同的刺激時間與相同的振幅作比較，則令方盒函數的振

幅 $c_A = c = 0.38$ 。由於方盒函數的振幅不改變，故使得阻尼函數的振幅亦維持原來的高度，即 $Y_A = Y = 7.9031$ 。在 6 個不同的方盒函數的持續時間下，利用 (3.2) 找出其對應的阻尼函數之持續時間，且不同方盒函數的持續時間之差異分別設定在原方盒函數持續時間 0.5 秒的 $\pm 10\%$ 、 $\pm 20\%$ 、 $\pm 30\%$ 、 $\pm 40\%$ 等範圍內，並令 $\beta = 8$ ，得到相對應的 n 、 a 、 b 三個參數。例如在總時間 60 秒下，方盒函數持續時間的誤差為 0.5 秒的 $\pm 10\%$ 範圍內，每 5 秒刺激一次的方盒函數與對應的阻尼函數如圖 20，其頻譜對照如圖 21。並依照 2.4 節的作法，利用最小平方法，所得的最佳直線為 $y = -3.5873(x - 0.32) + 3.16$ ，圖 22。同理，分別計算各誤差範圍內的最小平方法，結果如表 4：

誤差範圍	平均刺激時間 (秒)	最小平方法	相關係數	斜率相對誤差
$\pm 10\%$	0.5004	$y = -3.5873(x - 0.32) + 3.16$	0.9611	0.25%
$\pm 20\%$	0.5015	$y = -3.5450(x - 0.32) + 3.16$	0.9596	1.40%
$\pm 30\%$	0.5087	$y = -3.4642(x - 0.32) + 3.16$	0.9563	3.35%
$\pm 40\%$	0.5048	$y = -3.4510(x - 0.32) + 3.16$	0.9562	4.53%

表 4: 不同誤差範圍的持續時間與其最小平方法結果

本實驗中，我們將方盒函數的振幅固定為 0.38，而阻尼函數的振幅亦未改變，但是阻尼函數的持續時間由 (3.2) 求得，依照 6 個隨機的方盒函數的持續時間而改變，根據 2.2 節的試驗中，我們可以知道，固定阻尼函數的振幅，只改變阻尼函數的持續時間，會影響阻尼函數波形末端的起伏大小。相同的振幅高度，阻尼函數的持續時間長會比持續時間短的波形末端起伏稍微大些，這也造成了如圖 20.a，阻尼函數的振幅有高低低低的情況，但這並非是受到方盒函數振幅高度的影響，而是間接受到方盒函數持續時間的影響。

對刺激時間的誤差範圍在 $\pm 10\%$ 內，計算此 6 個方盒函數的平均持續時間為 0.5004，由 (3.2) 可以推得阻尼函數的持續時間為 8.5004，而阻尼函數與方盒函數的振幅皆不變，則計算出來的最佳直線為 $y =$

$-3.6029(x - 0.32) + 3.16$ ，與圖 22 所得到的直線，斜率的相對誤差達到 0.25%。同理，其他不同的誤差範圍內的斜率相對誤差依序分別為 1.40%、3.35%、4.53%，如表 4 所示。造成斜率的誤差，可能的原因為在此條件下，阻尼函數的持續時間，皆比方盒函數的持續時間多 8 秒，但觀察生物的實驗裡，可能會因為刺激時間的長短，造成不一樣的血壓訊號的持續時間，而我們卻把各種刺激時間下方盒函數模型，所影響的阻尼函數的持續時間，皆設為相同的時間間距所造成誤差。

但由上述可知，我們仍可以知道，在阻尼函數與方盒函數的振幅固定在 7.9031 及 0.38 時，當方盒函數的刺激時間約在 0.5 秒左右，不管是相同的刺激時間（也就是相同方盒函數的寬度），或是不同的刺激時間，但是平均的刺激時間為 0.5 秒，都可以發現利用最小平方法所計算出來在刺激頻率為 0 至 1Hz 的阻尼函數與方盒函數其頻域之對應值取對數關係之最佳直線，將會隨著點 (0.32,3.16) 作旋轉，當阻尼函數的持續時間愈長，則斜率愈大，而不同的刺激時間所對應的旋轉點亦會跟著改變。

由表 4，我們可發現，在誤差範圍為 $\pm 10\%$ 內，所得到最小平方法的結果較好，故我們固定誤差範圍為 $\pm 10\%$ 內，考慮平均的刺激時間分別為 0.3036、0.4008、0.5004、0.6012，分別作出 6 個不同的刺激時間，並取得對應的 n 、 a 、 b 三個參數，依照上述作法，可得到表 5：

平均刺激時間	最小平方法	相關係數	斜率相對誤差
0.3036	$y = -3.9355(x - 0.43) + 3.20$	0.9724	0.07%
0.4008	$y = -3.7869(x - 0.37) + 3.17$	0.9682	0.09%
0.5004	$y = -3.5873(x - 0.32) + 3.16$	0.9611	0.25%
0.6012	$y = -3.3217(x - 0.19) + 3.43$	0.9490	0.32%

表 5: 不同持續時間與其最小平方法結果

由表 5 我們可以觀察出：對於不同的刺激時間，會影響最佳直線解的斜率，且直線所旋轉的點亦會跟隨著刺激時間愈長，發生在刺激頻率愈小的地方，而我們可利用平均的刺激時間，來求得交會點，且持續時間愈

長，斜率愈大。

3.3 模擬不同刺激強度與刺激時間所造成的影響

根據 3.2 節，我們已經分別討論出：在不同的刺激強度或不同的刺激時間下，兩數學模型的關係，並分別對兩種不同情況作討論。接著，本節將深入討論，當不同刺激強度與不同刺激時間兩種隨機的情況，同時發生時，兩數學模型的關係將呈現何種現象。

由 3.2.1 節中，我們可以得到隨機的 6 種不同的刺激強度，即隨機的 6 種不同的方盒函數振幅高度，並根據 (3.1) 得到其對應的阻尼函數振幅，而由 3.3 節，我們可以得到另外 6 個隨機不同的刺激時間，亦是 6 個隨機的方盒函數寬度，並根據 (3.2) 且令 $\beta = 8$ ，得到 6 個對應的阻尼函數之持續時間，仿照先前的作法，代入 (2.2) 式，計算可得到對應的 6 個 n 、 a 、 b 。如刺激頻率為 5 秒一次，在實驗總時間為 60 秒的情況下，分別得到阻尼與方盒函數疊加後的結果如圖 23.a、23.b，而其頻譜對照如圖 24.a、24.b，並將對於刺激頻率 0 至 1 Hz 的阻尼函數與方盒函數之頻域對應值取對數關係，如圖 25，而最小平方法為： $y = -3.4381x + 4.2907$ ，且相關係數為 0.9932。

對照 3.2.1 與 3.2.2 節所求出的最小平方法的直線分別為： $y = -3.6009x + 4.3361$ 與 $y = -3.5873(x - 0.32) + 3.16$ 。觀察 3.2.1 節所求出直線的截距，與圖 25 的結果， y 截距的相對誤差約為 1.1%，而觀察 3.2.2 節所求出直線的斜率與圖 25 的結果，斜率的相對誤差約為 4.3%，這表示，我們可以將刺激強度的改變與刺激持續時間兩變數，視為兩獨立變數，所造成的影響是線性的。也就是說，當我們改變刺激強度時，只須從截距如何變化來討論，而改變刺激時間，只須從斜率如何變化來作研究。

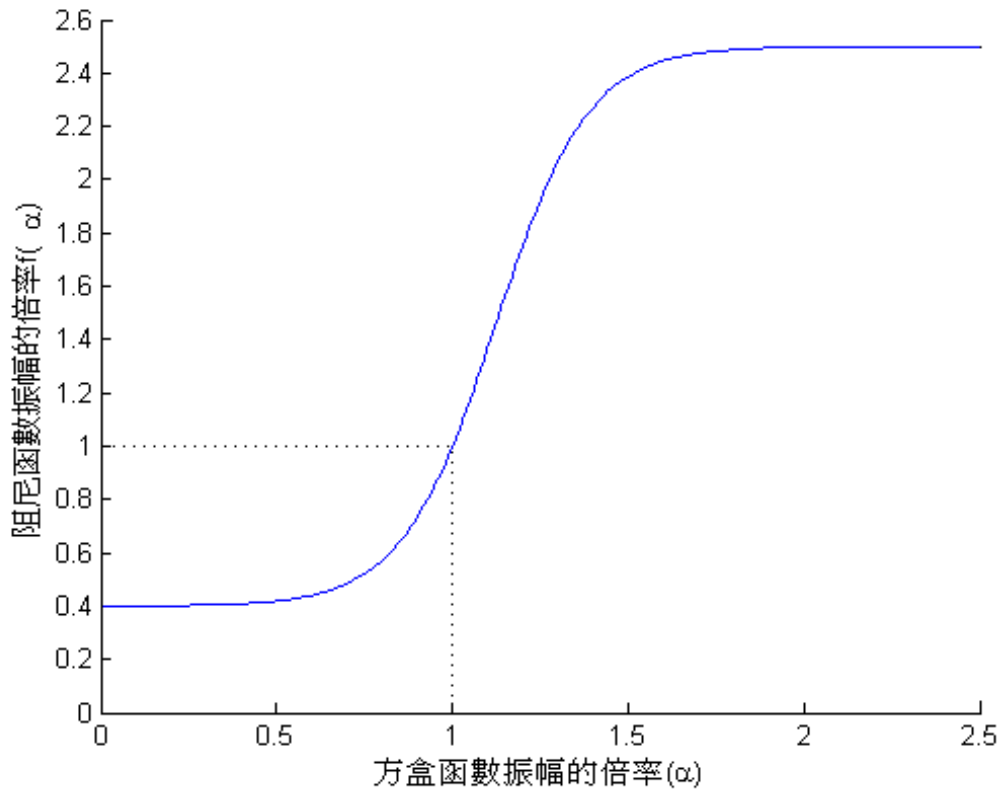


圖 14: 血壓與交感神經訊號模型振幅之間的關係

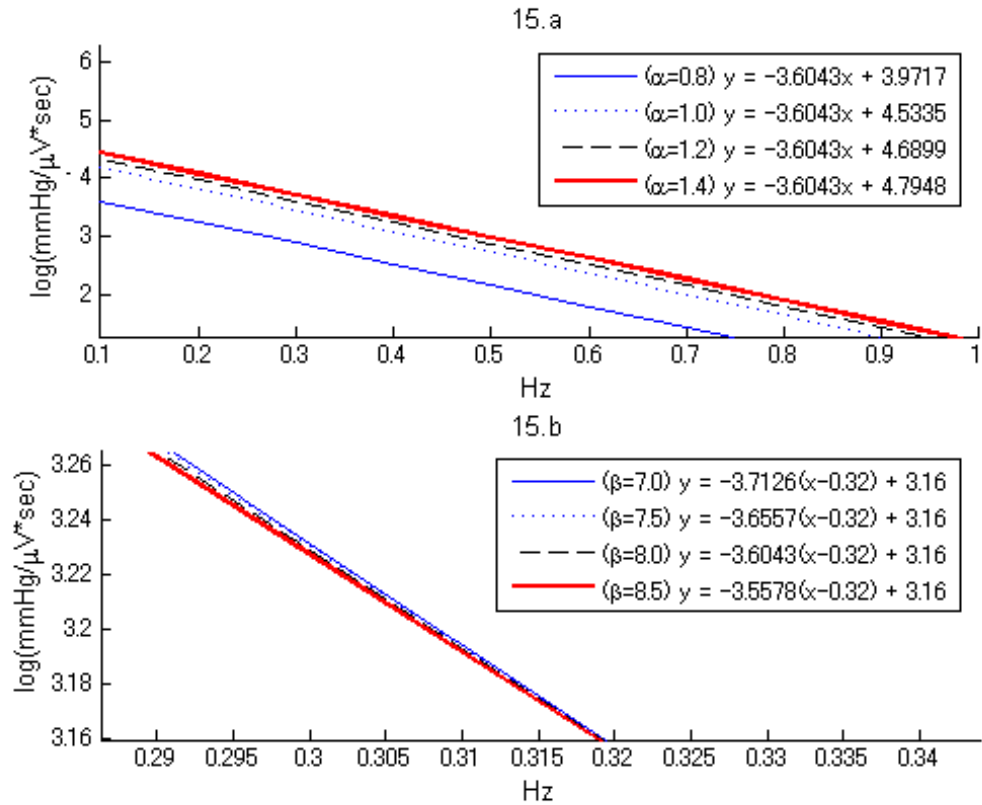


圖 15: 對不同頻率下，阻尼與方盒函數其頻域之對應值取對數關係

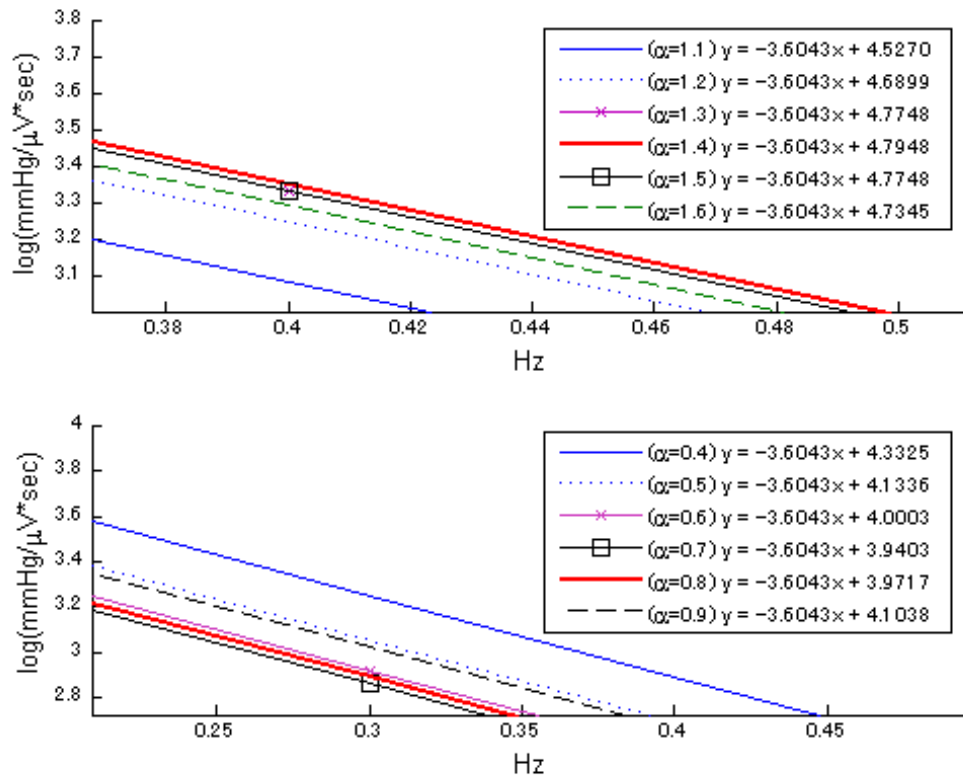


圖 16: 改變方盒函數的振幅, 在不同頻率下, 阻尼與方盒函數其頻域之對應值取對數關係

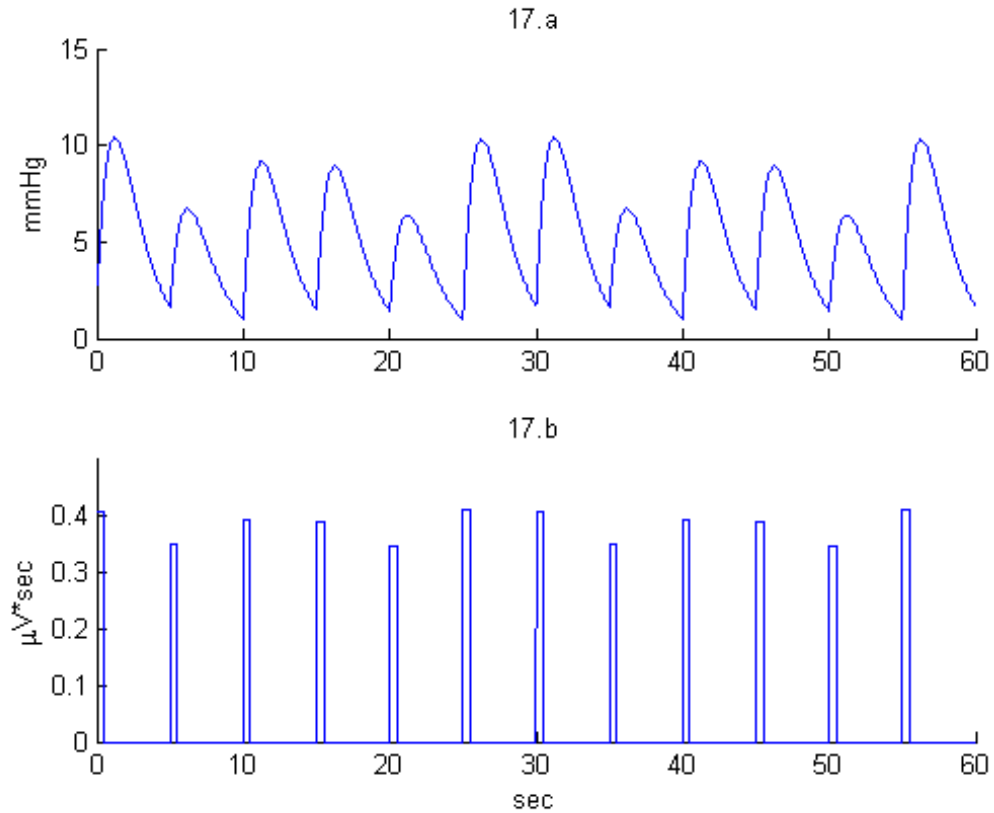


圖 17: 不同刺激強度下, 阻尼函數與方盒函數疊加後的結果, 總時間為 60 秒

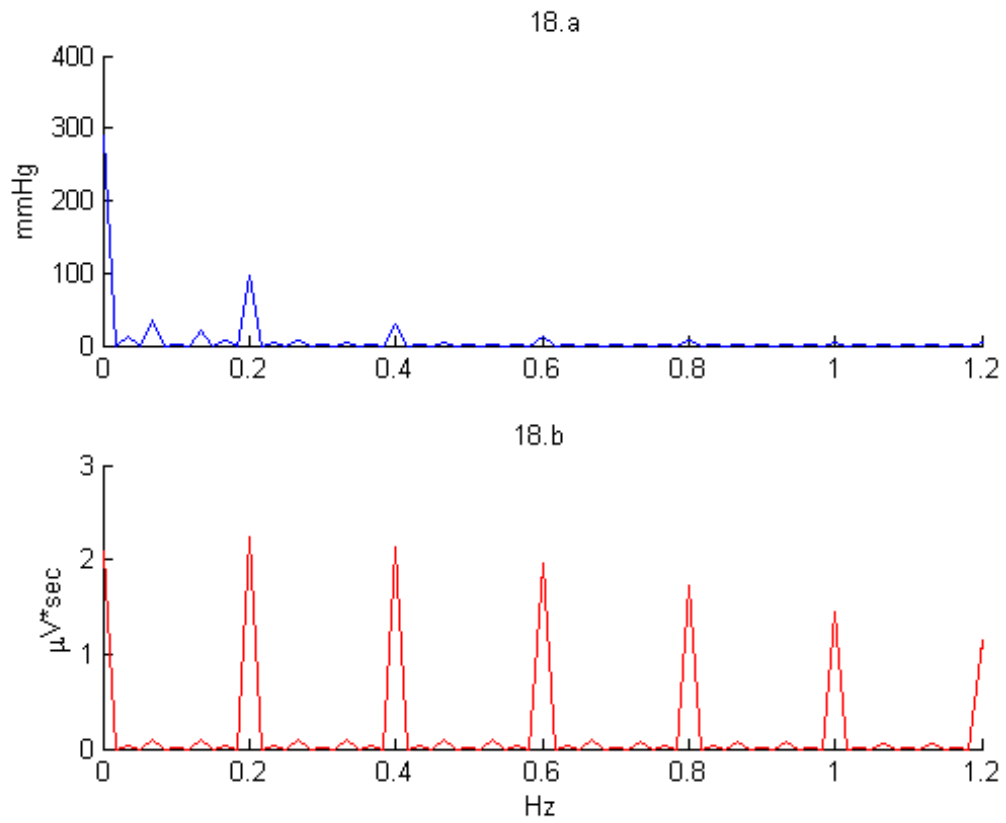


圖 18: 圖 17 之頻譜對照

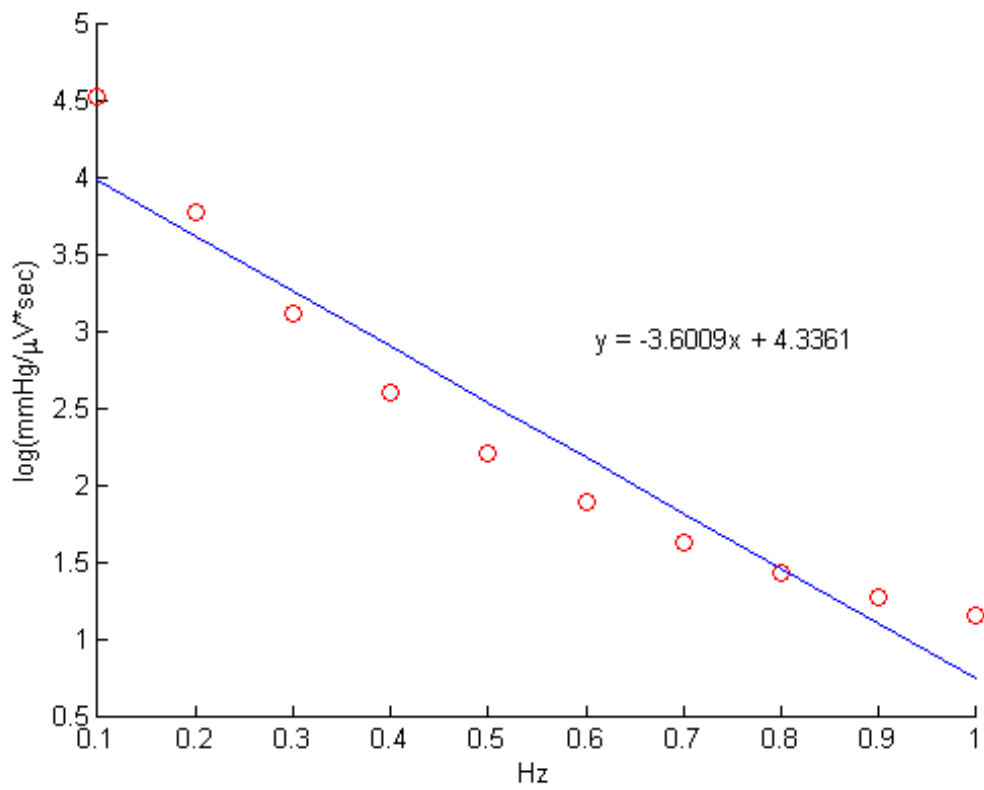


圖 19: 不同刺激強度下，阻尼函數與方盒函數的頻域對應值對數關係

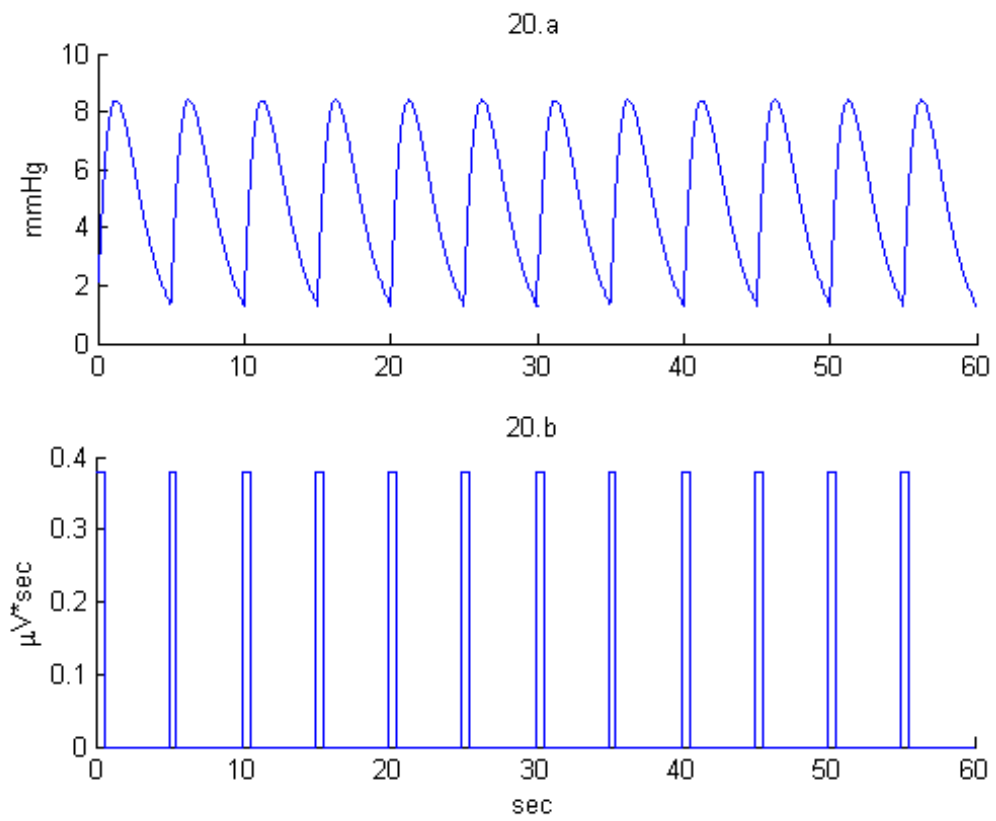


圖 20: 不同刺激時間下，阻尼函數與方盒函數疊加後的結果，總時間為 60 秒

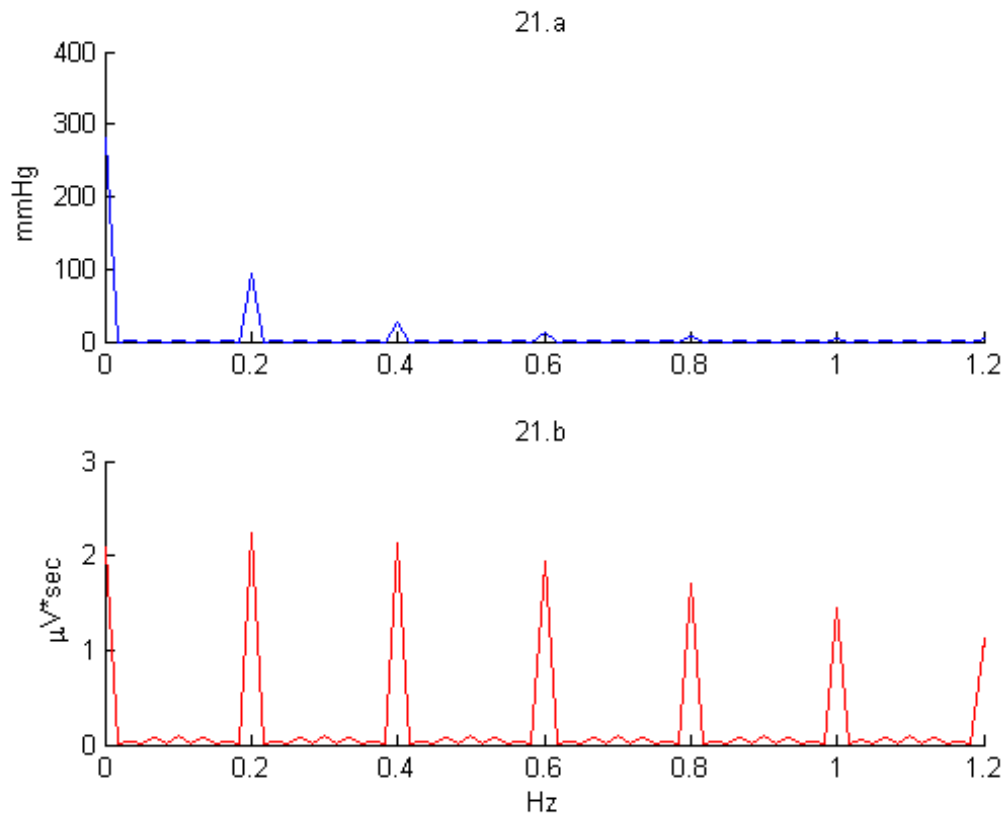


圖 21: 圖 20 之頻譜對照

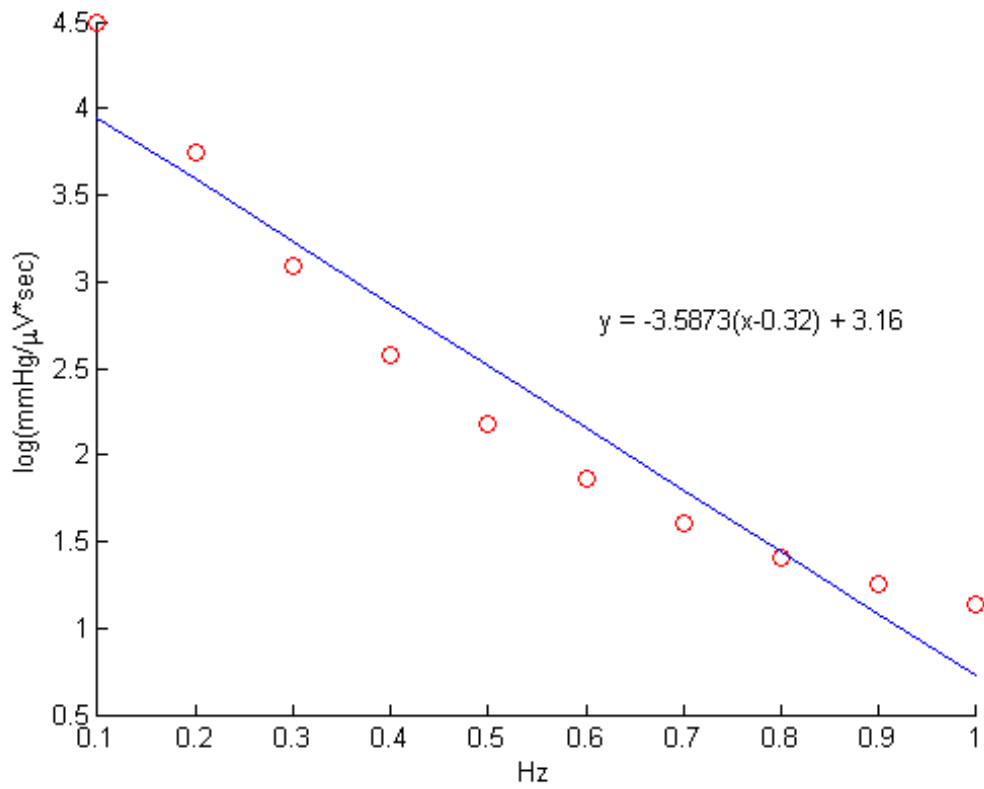


圖 22: 不同刺激時間下，阻尼函數與方盒函數的頻域對應值對數關係

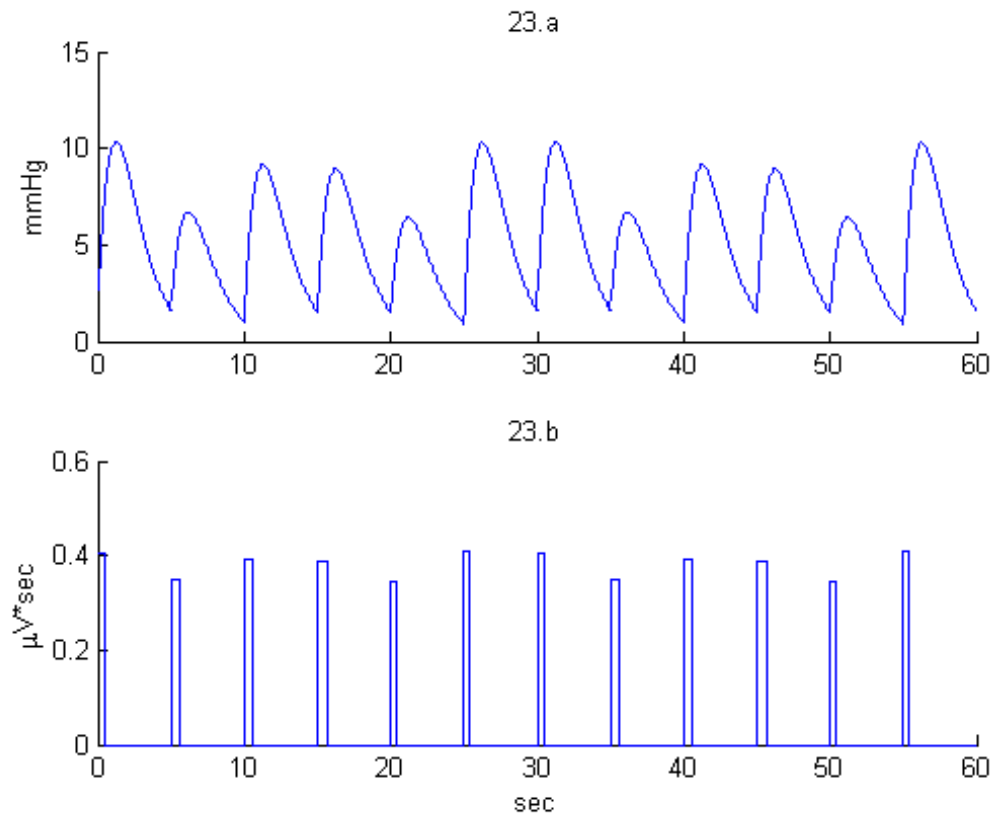


圖 23: 不同刺激強度與刺激時間下，阻尼函數與方盒函數疊加後的結果，總時間為 60 秒

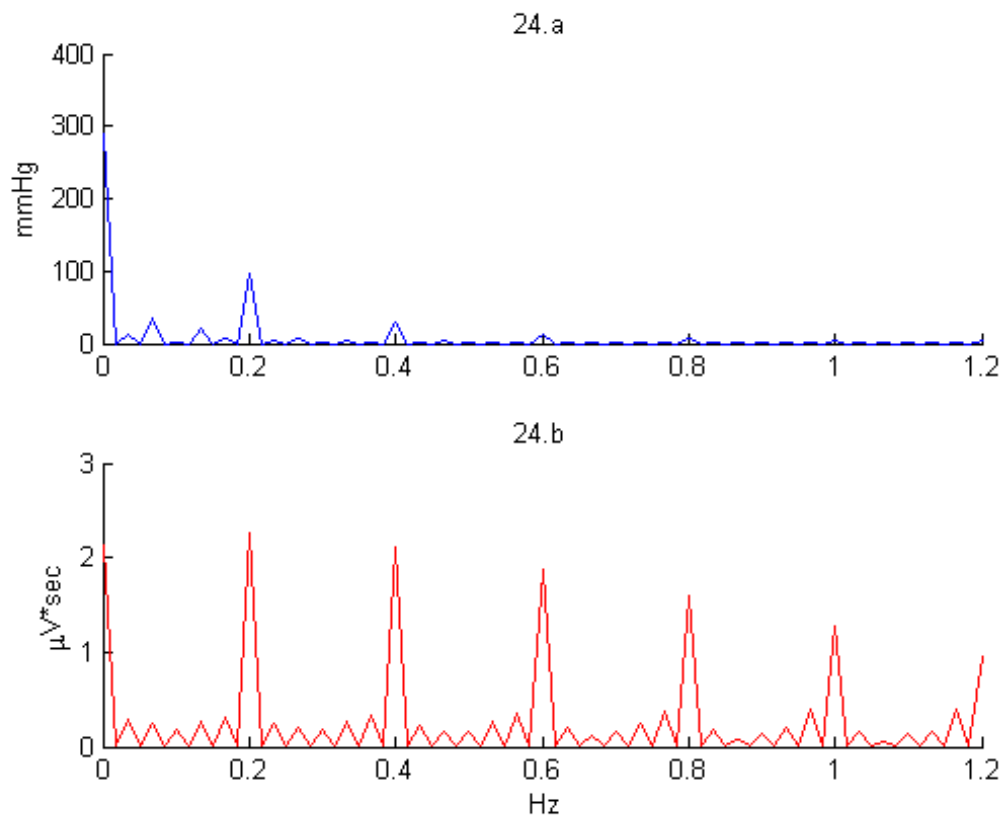


圖 24: 圖 23 之頻譜對照

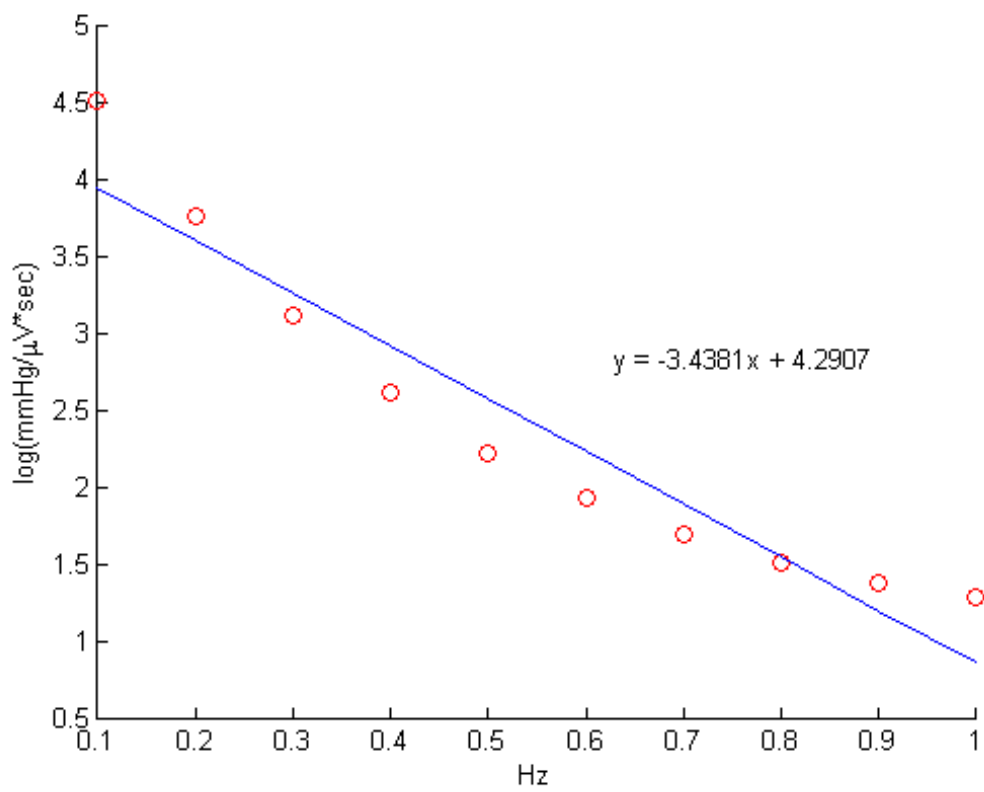


圖 25: 不同刺激強度與刺激時間下，阻尼函數與方盒函數的頻域對應值對數關係

第 4 章 討論

對於受刺激狀態下血壓與交感神經的原始訊號，陳柏成[4]所處理血壓與交感神經原始訊號方法分別為：先簡化原始圖（作能量圖）以及濾掉大於 0.85Hz 的訊號，找出基準線，並利用基準線作標準化。固然，作能量圖能夠簡化原始的生物訊號，且其仍為一種濾波的方式，但我們已經確定交感神經影響血壓頻率小於 0.85Hz 處，故僅將對原始的訊號皆作濾掉高頻，亦即濾掉大於 0.85Hz 的訊號，並針對此筆訊號找出相對應的阻尼函數與方盒函數，利用第二章所求得的參數，去模擬各種不同情況下的關係推論。

在第二章中，本文所定義的阻尼函數與陳柏成所定義的阻尼函數稍有不同，且持續時間也重新定義在振幅高度的 $\frac{1}{100}$ 處，且增加的阻尼函數參數，能夠多控制振幅發生的位置。根據第三章，我們設定兩數學模型之振幅與持續時間的關係式如 (3.1)、(3.2)。對照陳柏成所提出的兩數學模型，阻尼函數的振幅設為方盒函數振幅的常數倍。本篇論文中做了更細緻的處理，在第三章針對振幅的變數設定為：當方盒函數振幅變為原來振幅的倍數，則阻尼函數的振幅與原來振幅有著非線性關係。對於阻尼函數持續時間的設定皆為：方盒函數與阻尼函數的持續時間為線性關係。

由 3.1 節可知，雖然改變了阻尼函數振幅的關係設定，但仍舊維持了與陳柏成相同性質的結果：改變方盒函數的刺激強度，影響最小平方法直線之截距；改變方盒函數的刺激時間，影響最小平方法直線之斜率。而在陳柏成所假設血壓與方盒函數的關係討論中，僅討論相同的刺激強度或相同刺激時間，但我們可以知道，在生物體未受刺激的狀態下，仍有高低起伏的振盪，而並非一直是處於相同的狀態下，故我們更深入研究模擬在未受刺激的自然狀態下，分別控制不同振幅、或是不同持續時間的方盒函數所造成的結果為何。

對於刺激強度的不同所造成之影響，如同 3.1 節在相同刺激強度下的結果，有著明顯的趨勢可以發現是截距在改變。雖然在不同的刺激強度下，我們仍可以找出一個平均的刺激強度，使得不同刺激強度的最小平方方法之直線結果，可以較精確地被預測出來。

而關於不同的刺激時間所造成之影響，3.2.2 節中我們則對於不同的誤差範圍，相同的平均刺激時間，所求出來的最小平方方法如表 4，我們仍可以發現，對於相同的平均刺激時間，可以找到一點交會點，使得不同誤差範圍下的最小平方方法之直線，皆會通過此點，並會因為誤差範圍愈大，斜率也愈大。而這裡有個新發現：在相同的誤差範圍中，對不同的平均刺激時間，此時交會點會因為刺激時間愈長，而發生在刺激頻率愈小的地方，且斜率愈小。

當刺激強度與刺激時間的誤差同時發生時，並不會互相影響對方的結果，而是可以很明確的知道：最小平方方法之直線斜率，由刺激時間不同所控制，而其 y 截距的關係，由刺激強度不同所造成。

在本篇論文中，我們皆將阻尼函數振幅發生位置，設在與阻尼函數開始時間距離 1.3283 處，而這可能是造成數據上有誤差的結果。倘若我們可以對不同的阻尼函數，改變振幅發生位置，或許可以改善誤差。令阻尼函數振幅發生點的位置為 1.3283 的 $\pm 10\%$ 內，利用 2.4 節的作法，設定阻尼函數與方盒函數的振幅高度分別為 7.9031 及 0.38，持續時間分別為 8.5589 及 0.5 秒，改變 6 個不同的阻尼函數發生點位置，可以得到最小平方方法直線為： $y = -3.5826x + 4.2935$ ，相關係數高達 0.9932。由此我們可以發現，如果再對振幅發生點的位置作討論，能更精確得減少誤差的產生。

觀察刺激強度所造成的截距誤差與刺激時間所造成的斜率誤差，很明顯地我們可以發現，刺激時間所造成的誤差較大，可能是因為，假設阻尼函數的持續時間與方盒函數的持續時間關係為線性，但在實際的生物實驗

中，可能會因為刺激時間的不同，而造成了不同的血壓訊號的持續時間；也就是可能為非線性關係。故是否能找出真正的血壓與交感神經持續時間的關係，並降低誤差結果，值得再深入研究。

參考文獻

- [1] Heart Disease and Stroke Statistics-2006 Update, American Heart Association, 2006。
- [2] Tsai, M.L., L.W. Chu, C.Y. Chai, and C.-T. Yen, "Frequency dependent sympathetic modulation of vasomotor tone in the anesthetized rat", *Neurosci. Lett.* 221:109-112, 1997.
- [3] 王錫崗等譯，人體生理學，新文京開發出版股份有限公司，2004。
- [4] 陳柏成，「血壓與交感神經活性訊號關係的數學模型」，國立中央大學，碩士論文，2004。
- [5] 蔡孟利，「血壓功率頻譜中之交感神經活性訊息」，國立台灣大學，博士論文，1997。

附 錄

附錄簡介

附錄內含附錄 A、B、C、D、E、F 等，皆為本論文所需要用到之程式碼。附錄 A 為受刺激的血壓訊號與交感神經訊號的基本處理，以及找出模擬血壓訊號的阻尼函數之參數求法。附錄 B 則將附錄 A 所求得的阻尼函數，根據 2.1.2 節中所描述：利用一連串疊加的過程，取出穩定狀態中的阻尼函數，並計算其相關係數。同理，附錄 C 將附錄 A 所處理後的神經訊號，取出突起處，作其方盒函數模擬，並計算相關係數。附錄 D 為 2.4 節中，模擬血壓及神經訊號之數學模型的頻域對應值，而在此，僅提供單一頻率參數化後的小段程式碼，其餘以此類推。附錄 E、F 為其他附錄所呼叫的傅立葉函式。

附錄 A

%將生物實驗所記錄的血壓與交感神經訊號，存在檔案 1_stimulate.mat 其
%中 sBP 表受刺激後的血壓訊號，sSNA 表受刺激後的交感神經訊號，stime
%表受刺激的時間

%讀取受刺激的原始訊號
load 1_stimulate.mat;

%畫出 BP 與 SNA 的原始訊號
figure;
subplot(221); plot(stime,sBP); title('1.a');
subplot(223); plot(stime,sSNA); title('1.b');

%為作 fft 和 ifft，先確保資料長度為偶數，若為奇數，刪除最後一筆資料
sLth=length(stime);
if mod(sLth,2) ~= 0
 stime(end) = [];
 sBP(end) = [];
 sSNA(end) = [];
 sLth = length(stime);
end

%作 sBP 的 0 至 1.5 Hz 的頻譜圖
[fft_sBP,freq_sBP] = fftspec(sBP,stime(end));
subplot(222); plot(freq_sBP(2:end),abs(fft_sBP(2:end)));
axis([0 1.5 0 100]); title('1.c');

%作 sSNA 的 0 至 1.5 Hz 的頻譜圖
[fft_sSNA,freq_sSNA] = fftspec(sSNA,stime(end));
subplot(224); plot(freq_sSNA(2:end),abs(fft_sSNA(2:end)));
axis([0 1.5 0 1.5]); title('1.d');

figure;
%對於 BP、SNA，濾掉小於 0.85 Hz 的頻率，fft_sBP1、P_sSNA 表濾
%掉小於 0.85 Hz 的訊號，分別畫出濾波後的頻譜圖
fftsBP1 = fft(sBP);

```

filtBP1 = [fftBP1(1:53) zeros(1,7999) fftBP1(end-51:end)];
filtBP1 = ifft(filtBP1);
subplot(221); plot(stime,filtBP1); title('2.a');

[fft_sBP,freq_sBP] = fftspec(filtBP1,stime(end));
subplot(222); plot(freq_sBP(2:end),abs(fft_sBP(2:end))); title('2.c');
axis([0 1 0 80]);

fftSNA = fft(sSNA);
filtSNA = [fftSNA(1:53) zeros(1,7999) fftSNA(end-51:end)];
P_sSNA = ifft(filtSNA);
subplot(223); plot(stime,P_sSNA); title('2.b');

[fft_sSNA,freq_sSNA] = fftspec(P_sSNA,stime(end));
subplot(224); plot(freq_sSNA(2:end),abs(fft_sSNA(2:end))); title('2.d');
axis([0 1 0 1.5]);

%將 P_sBP 再濾掉小於 0.05 Hz 的訊號，畫出最後將模擬的 P_sBP
%與 P_sSNA 圖
fftBP2 = fft(sBP);
filtBP2 = [zeros(1,5) fftBP2(6:53) zeros(1,7999) fftBP2(end-51:end-4) zeros(1,4)];
P_sBP = ifft(filtBP2);
figure; subplot(211);plot(stime,P_sBP); title('3.a'); axis([0 60 -5 8]);
subplot(212); plot(stime,P_sSNA); title('3.b');

%已知對於此訊號,找出每個週期最低點（目的可以分成多個完整的訊號）
%並加以記錄，最高點則是由最低點分段完後而取出，且分別存為 Lpoint、
%Mpoint 在檔案 info.mat

%讀取檔案 info.mat
load info.mat;

%取出完整的一段訊號(共有六個完整波形),並畫圖
P_sBP2 = P_sBP(Lpoint(1):Lpoint(7));
stime2 = stime(Lpoint(1):Lpoint(7))-stime(Lpoint(1));
figure; subplot(211); plot(stime2,P_sBP2); title('4.a'); axis([0 60 -5 8]);
P_sSNA2 = P_sSNA(Lpoint(1):Lpoint(7));

```

```

subplot(212); plot(stime2,P_sSNA2); title('4.b');
%讀取最高點發生的位置(依照 stime2)作算出週期的平均=8.5589
T = stime2(Mpoint(1:6));
tmp = [];
for i = 1:5
    tmp(i) = T(i+1)-T(i);
end
period = mean(tmp);

% 求出每段訊號最高點發生的時間（也就是最高點發生的時間減去週期的
% 起始時間）的平均
tmp = [];
Lpoint2 = Lpoint-Lpoint(1);
for i = 1:6
    tmp(i) = Mpoint(i)-Lpoint2(i);
end
%小結：
% 求出的時間 2.4222、1.6565、1.1876、1.3674、1.4221、1.3361 去掉前兩
% 個取平均為=1.3283（沒去的平均=1.5653）
% 也就是說第一個點從 141 開始畫

%amp 表平均振幅 = 7.9031
Lpoint2(1) = 141;
Mamp = P_sBP2(Mpoint);
mamp = P_sBP2(Lpoint2);
tmp = [];
for i = 1:6
    tmp(i) = Mamp(i)-mamp(i);
end
amp = mean(tmp);

%代入 maple 計算，也是 2.1 節中的關係式 (2.1)
n = 1.141104978;
a = 14.29198256;
b = 0.6338412855;

```

附錄 B

```
%畫出單一的 damping function
%每個點間距為 0.0078 秒，故假設開始的週期約為 10 秒，也就是 1281 個點
x = stime(1:1281);
y = a.*x.*exp(-b.*x.^n);
figure; plot(x,y);

%畫出符合的 damping function
%由前面可得知：週期的平均為 8.5589 秒，也就是 1096 個點，故每 1096 個
%點做一次疊加的動作，直到達到穩定狀態，再取其中某段來做模擬
y1 = [y(1:1096) y(1097:end)];
model = [y(1:1096) y(1097:end)+y(1:185) y(186:end)];
for i = 2:12
    model = [model(1:1096*i) model(1096*i+1:end)+y(1:185) y(186:end)];
end
Model = model(7719-207:end-207);
BPmodel = Model-2.6455;

%sBP 與 damping function 對照
figure; plot(stime2,P_sBP2);
hold on; plot(stime2,BPmodel,'r');

%計算相關係數
org_data = P_sBP2-mean(P_sBP2);
model_data = BPmodel-mean(BPmodel);
cor = dot(org_data,model_data) / (norm(org_data) * norm(model_data));
```


附錄 C

```
%利用濾掉 < 0.43 找出 P_sSNA3 受刺激的時間點與持續時間，存在
%info.mat 的 Bpoint
%由附錄 A，經過基本處理後的 sSNA，取出與血壓訊號相同時間內的訊
%號，存為 P_sSNA2
P_sSNA3 = P_sSNA2;
for i = 1:length(P_sSNA3)
    if P_sSNA3(i) < 0.43
        P_sSNA3(i) = 0;
    end
end
end
%小結：
%扣除第二及第四兩個突起(因為持續時間相較於其他突起，差異太大)，
%得到平均持續時間=0.5020，也就是 64 個點。同樣的，得到的平均振幅
%為 0.53;

figure; plot(stime2,P_sSNA3);

%畫出 P_sSNA2 與 box function
figure; plot(stime2,P_sSNA2);
box = [];
for i = 1:6
    box = [box ones(1,64)*0.38 zeros(1,1029)];
end
box = [zeros(1,110) box zeros(1,47)];
hold on;
plot(stime2,box+0.15,'r');

%計算方盒函數與縮減圖的相對係數= 0.8215
P_sSNA4 = [P_sSNA3(1:6687) zeros(1,(6715-6687))];
org_data2 = P_sSNA4-mean(P_sSNA4);
model_data2 = box -mean(box);
cor2 = dot(org_data2,model_data2) / (norm(org_data2) * norm(model_data2));
```

附錄 D

```
%給定一基本波，總時間=60 秒
T = 10;
a = 14.2215;
b = 0.6338;
n = 1.1411;
c = 0.0038;
x = [0:0.001:T-0.001];
damp = a*X.*exp(-b*X.^n);

%如果週期小於 10 秒，則可利用以下程式，求出 2.4 節的圖 13。
%每 t 秒一週期，頻率為 1/t
%xmodel 表 damping function 經過一連串疊加動作，爾後作 fft
%ymodel 表 box function 經過一連串疊加動作，爾後作 fft
x = [];
xmodel = [damp(1:1000*t) damp(1000*t+1:end)+damp(1:1000*(T-t))
damp(1000*(T-t)+1:end)];
for i = 2:60/t+12
    xmodel = [xmodel(1:1000*t*i) xmodel(1000*t*i+1:end)+damp(1:1000*(T-t))
damp(1000*(T-t)+1:end)];
end
xmodel = xmodel(end-60000+1-1000*t*8:end-1000*t*8);
[xspec,xfreq] = dft(xmodel,60);
y = [];
for i = 1:1:floor(60/t)
    ymodel = [y ones(1,500)*c zeros(1,t*1000-500)];
end
[yspec,yfreq] = dft(ymodel,60);
xspec = abs(xspec);
yspec = abs(yspec);
figure; subplot(211); plot(xfreq,xspec);
subplot(212); plot(yfreq,yspec);
```

附錄 E

```
function [spec,freq] = fftspec(sig,time);
N = length(sig);
Fs = N/time;
sig = fft(sig,N)/N*time;
spec = sig(1:N/2);
freq = (0:N/2-1)/N*Fs;
```

附錄 F

```
function [F,w] = dft(f,x)
N = length(f);
A = x;

%以下使用 fft

%dw 計算最小頻率當作間隔
dw = 1/A;
%W 最大頻率範圍 N*(1/A)
W = N/A;
% 造出對應的頻率軸
w = (0:N/2-1)/N*W;

F = A*fft(f,N)/N;
F = F(1:N/2);
```