

國立中央大學

數學研究所
碩士論文

台灣與新加坡之十二年數學課程比較

研究生：翁 婉 珣

指導教授：單 維 彰

中華民國 94 年 6 月 10 日



國立中央大學圖書館 碩博士論文電子檔授權書

(93 年 5 月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文電子檔，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

- () 同意 (立即開放)
() 同意 (一年後開放)，原因是： _____
() 同意 (二年後開放)，原因是： _____
() 不同意，原因是： _____

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動讀者間「資源共享 互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、公開陳列、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名： 翁婉珣

論文名稱： 台灣與新加坡之十二年課程比較

指導教授姓名： 單維彰

系所： 數學 所 博士 碩士班

學號： 92221002

日期：民國 94 年 6 月 10 日

備註：

1. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）
2. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）
3. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

博碩士論文授權書

(國科會科學技術資料中心版本，93.2.6)

本授權書所授權之論文為本人在 國立中央大學 (學院) 數學 系所
九十三 學年度第 二 學期取得碩士學位之論文。
論文名稱：台灣與新加坡之十二年數學課程比較

同意 不同意

本人具有著作財產權之論文全文資料，授予行政院國家科學委員會科學技術資料中心(或其改制後之機構)、國家圖書館及本人畢業學校圖書館，得不限地域、時間與次數以微縮、光碟或數位化等各種方式重製後散布發行或上載網路。
本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：_____，註明文號者請將全文資料延後半年後再公開。

同意 不同意

本人具有著作財產權之論文全文資料，授予教育部指定送繳之圖書館及本人畢業學校圖書館，為學術研究之目的以各種方法重製，或為上述目的再授權他人以各種方法重製，不限地域與時間，惟每人以一份為限。
上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鉤選，本人同意視同授權。

指導教授姓名：單維彰

研究生簽名：翁婉珣
(親筆正楷)

學號：92221002
(務必填寫)

日期：民國 94 年 6 月 10 日

國立中央大學碩士班研究生

論文指導教授推薦書

數學 學系/研究所 翁婉珣 研究生所

提之論文

台灣與新加坡之十二年數學課程比較

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授 單維彰 (簽章)

94年6月10日

國立中央大學碩士班研究生
論文口試委員審定書

數學 學系/研究所 翁婉珣 研究生所提
之論文

(題 目)

台灣與新加坡之十二年數學課程比較

經本委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人 洪翁生
委員 苗 薈 佳
單 維 彰

(簽章)

中華民國 94 年 6 月 10 日

中文摘要

本論文主要針對我國與新加坡之數學課程進行探討。分別簡介兩國之學制與課程規劃，比較「小學至高中共十二年」之「數學課程綱要」並加以評析。最後歸納結論與建議，提供我國數學課程未來發展趨勢與修訂方向之參考。

本文撰寫採用文獻分析法與貝瑞岱的比較教育研究方法進行兩國比較。貝瑞岱的比較教育包含「區域研究」與「比較研究」兩種模式。區域研究係以單一國家或地區為研究中心主題，其步驟分為描述階段和解釋階段；比較研究乃是同時對多個國家或地區的教育現象進行研究，其步驟分為描述、解釋、並列和比較等階段，區域研究為比較研究的準備階段。本文即依據描述、解釋、並列和比較四個步驟進行。

從比較兩國數學課程綱要的過程中，歸納相關議題與各項目所顯現出的優點與特色，列出值得台灣觀摩與學習之項目，以茲參考。冀望這些結論與建議能對未來數學綱要之修訂，做出實質貢獻。

關鍵詞：數學比較教育、綱要比較、十二年一貫、新加坡教育

英文摘要

Abstract

The purpose of this thesis is mainly on the discussion and comparison between mathematics education in Taiwan and Singapore. We also include individual introductions of the education systems and the arrangement of national syllabi for these two countries. There will be a twelve-year comparison (from the first grade to the twelfth grade) of the math syllabus between these two countries. Finally, we give conclusions and suggestions as references to the development of future mathematics education in Taiwan.

In the comparison part, we adopted *Document Analysis* and *George Z. F. Bereday's Comparative Method*. There are two kinds of models in Bereday's comparative study, including *area study* and *comparative study*. The former focuses on a single country or area with two stages of analysis—descriptive phase and explanatory phase. The later focuses on analyzing educational phenomena of multi-countries or areas in the same time. There are four stages of analysis—description, explanation, juxtaposition, and comparison. Briefly speaking, *area study* is the preparative phase of *comparative study*. The thesis will be conducted in the order of these four procedures as mentioned.

In the process of comparing the math syllabi between these two countries, we got to conclude the advantages and disadvantages in respect of certain subjects. In this end, we made a list of suggestions that would be worthwhile for us to think about. It is our hope that these conclusions and suggestions can make some substantial contributions to the future mathematics syllabus in Taiwan.

keywords : comparative mathematics education, comparison of syllabus, twelve-year integrated curriculum, the education of Singapore

目錄

第 1 章 緒論	1
1.1 研究背景與動機	1
1.2 研究目的	3
1.3 研究方法與步驟	4
1.4 研究範圍與限制	7
第 2 章 文獻探討	8
2.1 比較教育的意義	8
2.2 比較教育的歷史發展	9
2.3 比較教育的目的	10
2.4 比較教育的四階段步驟	11
2.5 數學課程之比較	13
第 3 章 台灣與新加坡之教育制度與課程設計	14
3.1 台灣之教育制度與課程設計	14
3.2 新加坡之教育制度與課程設計	17
第 4 章 台灣與新加坡數學課程綱要之簡介、比較與評析	29
4.1 台灣與新加坡數學課程綱要之簡介、探討	29
4.2 台灣與新加坡數學綱要比較表	42
4.3 台灣與新加坡數學課程綱要之比較與評析	44
第 5 章 結論與建議	60
參考文獻	67
中文部分	67
英文部分	68

附錄	70
附錄一	70
附錄二	79
附錄三	98
附錄四	103
附錄五	110

圖目

圖一 新加坡學制	18
----------------	----

表目

表一 台灣九年一貫課程各年級學習節數	16
表二 新加坡高中評量方式	20
表三 2003 與 2004 年 GCE A Level 通過率	20
表四 新加坡各階段的課程設計	21
表五 新加坡中學課程設計	21
表六 2004 年新加坡小學每週授課節數	23
表七 2004 年新加坡初級中學每週授課節數	24
表八 新加坡入學人數、班級數與班級大小	25
表九 95 學年度高中數學暫行綱要之主題分類	32
表十 新加坡數學課程內容分類與代號	33
表十一 新加坡 GCE O Level 和 A Level 數學科考試綱要	34

第 1 章 緒論*

1.1 研究背景與動機

我國「國民教育」之實施早期為小學六年，57 學年度以後延伸為九年，民國 86 年開始規劃九年一貫課程，目前教育部正籌畫推動十二年一貫的課程，在此期間各領域課程標準歷經多次修改。一般而言，課程修訂的本意在於因應新知識的發現、社會環境的發展及學生學習態度的改變等因素，對課程標準進行適度地調整。而修訂方向則應避免躁進的重大改變，且應得到領域學界、教育專家及基層教師等方面的高度重視（鄭國順、王慶安，2003；高新建，2004）。台灣近十年推動重大的教育改革，如在中小學部分，教育部於民國 86 年設置九年一貫課程發展小組，87 年公布《國民教育階段九年一貫課程總綱綱要》，89 年頒布《國民中小學九年一貫課程暫行綱要》，90 學年度由一年級先行實施，91 學年度在一、二、四、七年級實施，92 學年度在一、二、三、四、五、七、八實施，至 93 學年度已全面實施。九年一貫課程乃強調後現代理論，揭棄去中心化、鬆綁等概念，並以學生為主，以生活經驗為中心，以統整方式來推動相關課程的理論架構。就理論基礎層面來看，乃是回到杜威所提倡的生活中心的概念模式（楊思偉、王如哲，2004）。

以數學領域來看，民國 82 年國小與 83 國中課程標準的修訂是傾向中間偏易。隨著認知心理學的蓬勃發展，85 年起國小數學課程的教學方法，是社會上俗稱的「建構式數學」，建構論在此一時期成為數學教育的主流，甚至成為教科書編製的中心思想。89 年頒布的暫行綱要，與之前的綱要比較，其難易度的變化，並非呈現「鐘擺效應」而變得較深的常態，而是「再度」朝向簡易的方向移

* 中央大學單維彰教授參與教育部前瞻委員會數學課程發展計畫，帶領研究生分別探討台灣與新加坡、中國大陸、韓國以及日本的數學綱要比較，造成四篇碩士論文。因此這四篇論文的第一、二章之內容雷同。

動。在這兩次的修訂後，中小學數學課程產生極大變化，引起社會大眾廣泛地討論，包括呼籲提昇學生的計算能力。教育部相當重視此問題，於 92 年接受數學學會之意見，成立綱要修訂小組、前瞻委員會，並重組教科書審查委員會及數學領域課程推動小組，其任務分別為：九年一貫數學領域暫行綱要之修訂、對我國數學教育發展進行前瞻性規劃、負責教科書之審查工作、向中小學教師說明綱要之設計理念與實施要點。除了以上小組外，教育部亦於 92 年夏季成立諮詢意見小組，對綱要修訂之草案提供諮詢意見，以適度地調整暫行綱要的修訂方向。經三次協商後，於 92 年 11 月正式頒佈《國民中小學九年一貫課程綱要》，預計於 94 學年度由國小一年級和國中一年級開始實施。

至於高中階段，目前所依據的課程綱要為 85 年版本的《高中數學課程標準》。近期教育部中等教育司已於 94.2.22 修正發佈「後期中等共同核心課程綱要」。以數學課程而言，未來的 95 至 97 學年度將依據《95 學年度高中數學暫行綱要》來實施，此期間為過渡時期。98 學年度則將落實高中正式綱要。兩者之目的皆為銜接九年一貫課程綱要，以期達成十二年一貫的整體課程。

數學綱要的修訂，除了縱觀本國以往的穩定教材外，亦需橫跨比較國際間的發展，試圖引證國外樣本所實証之結果、擷取他人經驗與智慧結晶，來協助綱要修訂工作的進行，這也是世界各國在教育改革之際會參酌的國際比較。由國際教育成就調查委員會（IEA）主辦的「國際數學與科學教育成就趨勢調查（TIMSS 2003）」，總計有 49 個國家參加，其中 48 個國家參加 13 歲群調查，26 個國家參加 9 歲群調查。TIMSS 2003 從 2000 年九月開始發展研究調查相關工作，是 IEA 自 1995 年以來第三次主辦的數學和科學成就調查行動，主要目的在提供各國長期追蹤學生數學和科學成就趨勢，以提升學生數學和科學的學習成效。國科會和教育部體認到未來我國國民在國際上競爭力的重要性，因此參與此項調查研究，希望持續了解我國學生的學習成就與家庭背景、學習環境、教師等影響因素的關係，以及我國學生的學習特色與優缺點，並與其他國家進行比較，提供改進我國中小學數學及科學教育政策及課程之參考。此次調查結果揭曉：台灣小四及國二

學生數學平均成績的國際排名均為第四名，但與第一名的新加坡仍有顯著差異（國科會，2004）。

歷年來，新加坡在國際上的數學競賽表現向來極為優異，其國情特色與我國有某些相似之處，亦均深受儒家文化影響。在稱讚之餘，不禁讓人深感好奇，他們是如何規劃數學課程、其教學大綱與內容如何安排、讓學生在每個階段充份學習以發揮潛能？國內學者對於數學課程內容的編排、放置與否、教學方式等等，探討與爭議的聲浪不斷。近年已有不少文獻縱向地針對台灣歷次使用的數學課程綱要做分析與比較，卻鮮少有橫向的國際數學課程比較可供參考。因此本文擬以新加坡與我國為主要探討對象，針對兩國「小學至高中階段共十二年的數學課程綱要」進行深入比較與評析，並歸納新加坡所突顯的特色。在探討與評析部分亦略微加入韓國、日本、中國大陸等亞洲國家與英國的綱要做參照，為輔助資料。期盼本文對於我國數學綱要之修訂提供有益之參考。

1.2 研究目的

在十八、十九世紀時，歐洲國家為了建立和改進自己的教育，紛紛從瞭解外國教育制度著手，以幫助國家教育的發展。一般而言，進行比較教育的目的，可歸納下列四點（楊思偉、王如哲，2004）：

- 一、 幫助瞭解本國的教育制度：透過不同國家的比較研究，才能真正體會我國教育的特色與傳統。
- 二、 提供教育改革的方向：以我國為例，最近教育改革運動已成為國內的重要潮流，如民國 83 年由行政院組成「教育改革審議委員會」，透過該委員會的研究與審議，對台灣的教育改革提出具體的藍圖，影響甚鉅。然而該委員會之成立，即是仿倣日本 1984 至 1987 年之「臨時教育審議會」而成，是個具代表性的例子。

三、增進人類彼此瞭解與福祉：如國際教育局（BIE）和聯合國教育科學與文化組織（UNESCO），在蒐集、校正和分析關於世界各國學制的資料中所引起的的作用極為重要，且具有很大價值。另外如前頭提到的 IEA 所做的跨國性學生學力的比較研究，也對於國際間的彼此瞭解提供大量資料，以幫助各國改善教育。

四、探討教育的規律與原理：比較教育領域的一些主要人物，從來沒有把自己侷限於靜態的描述性研究，或侷限於僅指出各種教育制度或方法之間的異同點。相反地，他們總是進行解釋或說明，並對不斷出現的規律或原理進行鑑別。

世界各國的教育改革極重視國際間的比較，試圖借助研究的結果來釐定高瞻遠矚、具體可行的教育改革政策。本文之目的在於：

- 一、簡介兩國之教育背景
- 二、簡介與探討兩國之現行學制與課程設計
- 三、彙整兩國之數學課程綱要（小學至高中），並製作對照表加以比較。
- 四、分析兩國之數學課程綱要（小學至高中），並提出特色。
- 五、歸納研究結論，提出建議，作為我國數學教育課程發展與修訂之參考。

1.3 研究方法與步驟

為達成研究目的，本文採用文獻分析法與比較教育研究法。

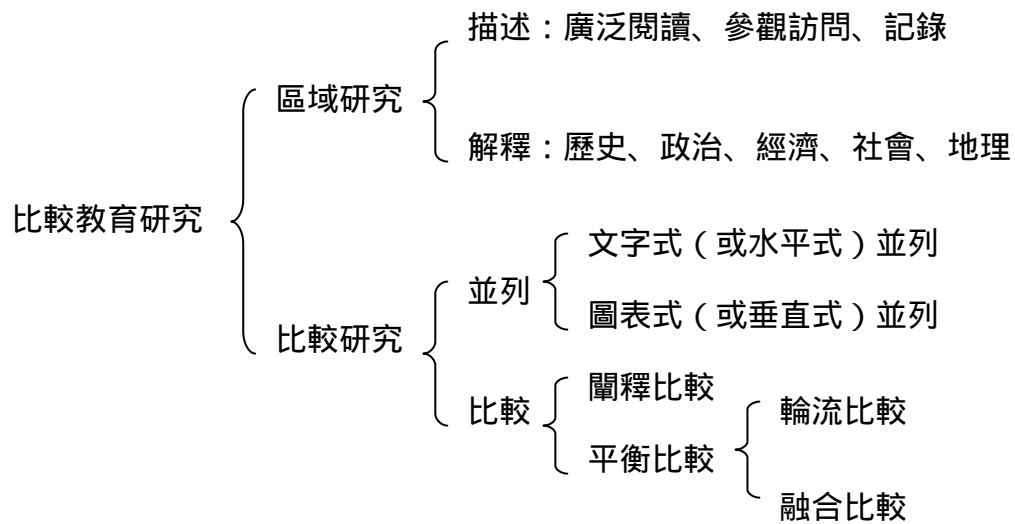
一、文獻分析法

針對新加坡與我國之數學課程綱要、相關研究報告、書籍與網頁資料進行探討與分析，並輔以新加坡市售版本之教科書進行參照。

二、比較教育研究法

本文採用貝瑞岱（George Z. F. Bereday）的比較教育方法，包含「區域研究」

與「比較研究」兩種模式：區域研究係以單一國家或地區為研究中心主題，其步驟分為描述階段和解釋階段；比較研究乃是同時對多個國家或地區的教育現象進行研究，其步驟分為描述、解釋、並列和比較等階段，區域研究為比較研究的準備階段（洪雯柔，2000）。



貝瑞岱比較教育研究法

資料來源：丁志權，2000

本文第 3 章探討新加坡與我國的教育制度背景，屬於貝瑞岱的區域研究階段，第四章彙整新加坡與我國數學課程大綱（小學至高中），並加以分析比較，屬於貝瑞岱的比較研究階段。研究步驟如下：

1. 描述

描述階段乃是依研究的一般目的對教育資料的蒐集與編目，本文是以數學教育方面的資料為主。在資料的蒐集上，主要是透過網際網路自新加坡與台灣官方網站取得，購置新加坡小學至高中階段一般學校使用的數學教科書，涉獵相關的官方與民間報告書、期刊、論文與書籍等資料。在廣泛的閱讀後，進一步做系統性地整理與分類。

2. 解釋

貝瑞岱主張比較教育不僅止於對教育的描述，尚包括對資訊的解釋、廣博地

從其他社會科學與人文科學的觀點來探究教育資料（洪雯柔，2000）。一個國家的教育課程發展與其人文社會、經濟、政治等背景息息相關。例如新加坡是一個多元民族的社會，其語文課程的設計亦隨之多元化；其官方語言為英語，因此教材內容均以英文編寫。

3. 並列

並列階段是將各國資料加以排序與整理，進行初步配置，使後續比較能順利運用的過程。貝瑞岱提出運用雙欄的連貫式列表來並列各國的資料，以尋求一統的概念與假設。並列又分為圖表式（或稱垂直式）與文字式（或稱水平式）兩種，圖表式係將要比較的資料左右地並肩排在各欄裡；文字式係將要比較的資料用文字做上下式的敘述。本文 4.2 節採用圖表式來製作兩國之綱要比較，讓資料一目了然，以供下一步驟「比較」來驗證；4.3 節採文字並列式來描述。

4. 比較

前三步驟乃是研究者為了便利研究進行而採取的步驟，而第四步驟「比較」所運用的方法可區分為兩種：平衡比較與闡釋比較。平衡比較是將各國研究資料做對稱而交替的呈現，其特質為每個被研究國的一種類型資訊都可以與他國同類型且可進行比較的資訊進行平衡的配置。平衡比較又可再區分為輪流比較與融合比較，前者是接續地列出各國資料以闡述建構教育現象之社會因素的運作狀況，後者則是將各國資料同時在同一陳述中加以討論；本文 4.3.1 節即採用平衡比較。闡釋比較則著重在比較要點的陳述，各國資料隨機地呈現以證明此一比較要點（洪雯柔，2000）；本文 4.3.2 節的評析部分即採用闡釋比較。

1.4 研究範圍與限制

本文設定下列範圍與限制

1. 本文研究範圍設定於「小學至高中」的「數學」課程綱要層面來探討。
其中一到八年級之課程綱要取自新加坡教育部網站，九到十二年級係依據 GCE 數學科考試綱要，詳細說明於 4.1.2 節。
2. 受限於人力、物力、時間與經濟等因素，僅就網際網路可得之官方資訊、新加坡教育部官員之電郵回覆、坊間教科書（2004 年版）之購置、國內專家學者之意見與看法與相關文獻資料進行研究。沒有實地參訪。

第 2 章 文獻探討

有些存在於一國的教育事實，必須與其他國家比較，才能顯示意義，也必須從國際觀點研究，才能獲致結論。例如我國的教育制度與課程發展，無法單就我國的情況研究，必須探討其他國家教育觀點及制度對我國所產生的影響（林清江，1990）。在今日，教育問題已成為全球性的問題，教育改革已成為全世界的潮流，各國正努力地推動與衝刺中，彼此相互觀摩與影響。許多的議題，已不是閉門造車就可以得到適當的結論與解決方法了，必須從全球性的視野來探究。這就顯示出瞭解各國教育的重要性了。本章就比較教育的意義、比較教育的歷史發展、比較教育的目的、比較教育的研究方法與數學課程比較研究等課題，分節探討之。

2.1 比較教育的意義

法國教育家朱利安（Marc-Antoine Jullien）是最早提出比較教育概念的人，被尊稱為比較教育學之父。他並沒有明確定義比較教育學，只提出研究的大致範圍。英國比較教育學者漢斯（N. Hans）在其著作中談及：比較教育學的內容和方法，尚未獲致共同的意見（吳文侃、楊漢清，2000）。1955年聯合國教育科學文化組織曾舉辦國際會議，會中對於比較教育學的見解也有很大差異。後來，在國際化的演進背景之下，比較教育學產生了踏實的進展，漸漸地凝聚出較一致的見解，其的學術地位大約在1960年才正式確立。日本著名的比較教育學家沖原豐認為：「比較教育學是以教育的整個領域為對象，對兩國以上的現行教育進行比較，並把外國教育學包括在內的科學。」他並且指出比較教育學的幾項特色：第一是在「研究方法」上，運用了比較研究法。第二是「研究對象」遍及教育的各方面，如教育制度、教育行政、教育課程、各科教學等。但在實際研究上，一開始就遍及教育全領域是困難的，因此提出最初應單從教育的某方面著手比較，然後再累

積起來作整體的比較；這是比較教育學的最終使命。第三是「比較的時段」以「現在」作為中心定點，從空間的橫軸關係進行比較。第四是「比較單位」，主要推崇以國家為單位進行教育的比較，當然也可以把民族、文化圈、社會體制、國內的省縣等作為單位來比較。第五是「以外國教育學作為比較教育學之初步階段」（沖原豐著，徐南號譯，1991）。

2.2 比較教育的歷史發展

綜覽比較教育史之相關文獻，茲將比較教育的歷史發展分為以下幾個時期（林清江，1990；沖原豐著，徐南號譯，1991；吳文侃，楊漢清，1992；沈姍姍，2000）。

2.2.1 旅行者時期

最早關於教育方面的比較考察，可以追溯至古希臘、羅馬時代外國旅行考察者的書寫報告，透過貿易、外交、宗教宣傳或學術交流，觀察到他國與本國不同的文化與制度。從西元前到十八世紀即所謂比較教育的前史，在這段時期當中有不少的記載資料，如古希臘的赫洛達士（Herodotos）把遊歷古代東方諸國的所見所聞，從比較文學的觀點記述下來；中世紀的義大利旅行家馬可波羅（Marco Polo）著有「東方見聞錄」，生動描繪中國傳統教化；法國大革命時期的孔德塞（A. N. de Condorcet）草擬「公共教育論」，裡頭有許多比較教育的考察心得。經由種種的精神產品流動，對今日的比較教育學研究，提供有益的啟示與導引。

2.2.2 教育借鑑時期

十九世紀工業革命蓬勃展開，現代化的產業工作要求生產者具有一定的文化知識，間接促進了各國教育的發展。此時期首位代表人物為朱利安，他視教育為奠基於事實與觀察的科學，主張以分析的方法研究各國教育，在考量各國不同情境脈絡的殊異需要下，修正並改變國家教育制度以臻完美，而其最終目的在建立比較教育的原則與規則（洪雯柔，2000）。除了朱利安外，法國的庫辛（V. Cousin）

曾撰寫《有關普魯士公共教育狀態之報告》，為法國初等教育制度提供參考。英國的阿諾德（M. Arnold）著有《歐洲大陸的學校》，描述法、德、義大利與瑞士等國的一般教育及高等教育；同為英國的凱伊（J. Kay）著有《英國及歐洲各國平民社會狀態及教育》，認為英國可參考德國與瑞士平民生活的改善方式。他們皆以外國教育的考察結果作為本國的參考與榜樣，往往直接移植借用。

2.2.3 要因分析時期

此時期的主要特徵是，根據各國教育制度的特色分析其要因，並從歷史文化傳統及社會因素來解釋，因此一國的教育制度無法單純抄襲或模仿。要因分析的先驅者塞德勒（Michael Sadler）強調歷史背景與文化傳統是教育制度的發展基礎，並指出比較教育是一種分析工具，提供瞭解教育革新的途徑。美國的康德爾（Isaac Kandel）與英國的漢斯（Nicholas Hans）均受塞德勒影響，康德爾認為比較教育的研究應特別注意蒐集精確的資料，並重視各類因素的解釋。漢斯在其《比較教育：教育因素及傳統的研究》一書中，研討教育影響因素及歷史傳統。可見得此時期的研究者注意到教育借用的適應性，因此重視要因分析。

2.2.4 社會科學方法時期

此時期的研究，從過去巨觀的、歷史的研究法，逐漸趨向微觀的、預測性的應用科學研究法。此時期一方面重視理論基礎，另一方面又重視數量化證驗性研究的價值。研究的變項經過分析及選擇，研究的方法及技術又較客觀及科學化。此時探討教育現象及影響因素間的關係，可較明確地給予判斷。

2.3 比較教育的目的

大文豪哥德在詩劇「達梭」中曾說：「當你覺得自我迷失時，不妨把自我與別人比較一下。」比較是一種普遍的心靈活動，任何具有進步意識的人，或多或少都會今與昔比，己與彼比，以為自己在時空交織而成的歷史情境中，尋找合宜的安

身立命之所。己與彼比包括的不只是人與人之間的比較，也擴及於地區之間、國家之間（楊深坑，2000）。而比較研究不僅僅是觀摩與學習其他國家，更可以從解釋教育的歷程中，充分掌握本國教育之特性，產生批判性的瞭解。美國著名的比較教育家雷迪（G. Z. F. Bereday）亦認為：「從認識別人而得到自我認識，是比較教育所能提供的最有價值的教育。」Postlethwaite 於 1988 年提出比較教育的主要目標為（王如哲，1999）：

1. 確認發生在國外而有助於改進本國教育制度的教育事實或現象；
2. 描述不同教育制度所呈現的教育異同現象，並說明其差異存在的原因；
3. 估計有關教育的決定因素或變項對於教育可能產生的影響；
4. 認清與教育實施成效有關的一般法則。

日本學者沖原豐則歸納出比較教育的主要三項目的為：掌握本國教育之特性、貢獻於教育改革、探究教育之法則性。透過外國教育的調查研究，可以增廣眼界，加深對本國教育制度本身的認識，並吸取外國教育之長處以補救本國教育之短處，借鑑他國之經驗以改進本國之教學實務，對教育改革極有貢獻。當然，在運用時須配合國情做適度地調整。對於法則性，朱利安認為教育學和其他科學一樣，建立在事實與觀察上面。因此應以事實及觀察為基礎的歸納再作比較，導引出具有普遍妥當性的原理或方法（楊思偉、王如哲，2004）。

2.4 比較教育的四階段步驟

比較研究法的過程或步驟該如何？西德的希爾格（Hilker）在其著作《比較教育學 - 其歷史、理論、實際》中談到「比較」就是「有兩個或更多的同種現象，用以表示其間的同源性、相似性、異質性等關係的概念」，是「組合運用觀察、分析、整理等活動的智性作業」，此智性作業的過程包含：描述、解釋、並列、比較等四個階段。美國的貝瑞岱（G. Z. F. Bereday）著有《比較教育研究法》，與希

爾格同樣主張比較的四個階段，並具體的提出比較研究程序。以下說明貝瑞岱所提昌的四階段步驟(林清江, 1990; 沖原豐著, 徐南號譯, 1991; 洪雯柔, 2000)。

2.4.1 描述

想要研究教育的事實、觀念、制度，就需要先做第一部的「描述」，而為了描述便需要蒐集資料，這些資料可分為三類：1. 第一手資料；2. 第二手資料；3. 輔助資料。在比較教育研究中，尚未經過全面系統分析的資料，歸為第一手資料。如行政機構或公共團體的報告書、立法機構的會議記錄、學術團體傳佈消息的頁冊、報章雜誌有關的報導，均為第一手資料。專門性的論著或經過系統整理的報告書等，則為第二手資料。如個人或團體的著作、論文、摘要，這裡面往往有作者的分析、解釋與批評。至於描述一般文化及社會現象的資料、文學作品、劇本、百科全書等屬於輔助資料，與研究沒有直接的關係，卻有利於研究工作的進行。蒐集以上三類資料後，研究者應做系統的整理，分別給予客觀的描述。其方法有地圖標示法、圖表標示法、以及系統性描述的文章法等。

2.4.2 解釋

描述本身只是將研究的事物詳細的提出而已，關於其內容、產生的原因、代表的意義與影響，需進一步作「解釋」。以社會學、政治學、經濟學、文化人類學、歷史學、心理學、哲學等諸科學的知識為基礎，把描述的教育事實與社會各方面對照檢討，以說明其所蘊含多元的意義。從社會各方面的角度來瞭解，探索「何以然？」。而根據社會科學及人文科學的知識，解釋此教育事實的原因、理由、或道理。

2.4.3 並列

教育制度或問題經過解釋之後，已能了解其真象，並顯示其意義。至於二種或二種以上的教育制度，能否比較研究，需經過「並列」的步驟。此階段是把前兩階段的資料，設定範疇或項目，再將教育事實分別抽出要點歸入其中，加以並列說明。如此一來，便可清楚對照比較，允許了對世界教育的基本實踐做一概覽性或

詳細的審視，也因此能對存在於教育時間中的持續性因素加以辨識，並形成短暫性法則。接著就是為比較分析導出假設。

2.4.4 比較

完成前三階段的步驟之後，便真正進入比較，前三階段乃是研究者為了便利研究進行而採取的步驟，相關資料都是個別處理、個別說明，並置提出假設而已，尚未真正證實。第四階段的比較才是用以公開刊行的內容。比較是對多個國家同時處理，連續交互檢討比對，以證明得自「並列」階段的假設。比較不在呈現教育資料，而是透過排序的歷程更加凸顯教育事實。

以上四個階段，使比較研究的方法本身有明確的過程或步驟。本論文依循此藍圖來進行，於 1.3 節已詳細說明。

2.5 數學課程比較

國內已有不少針對台灣與他國的國際課程比較文獻可供參考，如科技教育、語文、社會……等領域。但相對來說，數學領域顯然較少。查閱到的相關文獻有王煥琛民國 68 年的「各國小學數學課程比較研究」與民國 70 年的「各國國民(初級)中學數學課程之比較研究」、吳德邦民國 73 年的「我國與美國波士頓市小學數學課程比較研究」、中華民國比較教育學會於民國 79 年主編各國中小學課程比較研究、黃毅英、黃家鳴民國 86 年在數學傳播上所發表「十地區數學教育課程標準」等。香港大學曾於民國 88 年發表「香港與亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較」，當中包括了對台灣(82 年小學課程標準與 83 年中學課程標準)的比較。然近幾年台灣課程已不斷修定，各領域陸續有學者做國際間的比較，如任東屏於 93 年所發表的「新加坡與瑞士的語言政策及小學語文課程之比較」，92 年徐啟源所發表的「中美小學科技教育課程之比較研究」。相較之下，自九年一貫施行以來，國內在數學領域上的國際比較卻顯現一個停擺的狀態。此份研究期盼重新拉回國際廣角鏡，來觀看我國數學課程與他國的比較及分析。

第 3 章 台灣與新加坡之教育制度與課程設計

此章分台灣與新加坡兩小節，分別簡介其初等、中等、後期中等教育的教育制度與課程設計相關議題。

3.1 台灣之教育制度與課程設計

台灣的教育目的在於培養人民健全人格、民主素養、法治觀念、人文涵養、強健體魄及思考、判斷與創造能力，使其成為具有國家意識與國際視野之現代國民。在邁向二十一世紀開發國家的時刻，正面臨不少挑戰，包括國家競爭力的提升、人文關懷的促進、國際化衝擊的因應、及個人發展需求的滿足等。先進國家共同認為：未來的社會一定是學習社會（learning society），此亦為聯合國教育宣言。歐盟的會員國於 1996 年發表《教與學：邁向學習社會》並提出五項目標。聯合國科教文組織的報告書《Learning：The Treasure Within》提出邁向學習社會的四大支柱：學習認知（learning to know）、學習做事（learning to do）、學習與人相處（learning to live together）與學習安身立命（learning to be）。二十一世紀是終身學習的世紀，因此各國莫不大力推動終身教育，把學習社會的建立當成教育願景和社會理想，我國亦同樣朝這方向努力，發展終身教育體制，邁向學習社會。

台灣於 1968 年開始實施九年國民教育，包含六年的小學和三年的國中。

初等、中等教育

國民教育依我國憲法規定，以養成德、智、體、群、美五育均衡發展的健全國民為宗旨，凡六歲至十一歲的學齡兒童一律接受初等教育，為期六年，十二歲至十四歲接受中等教育，為期三年。這兩階段的教育均採學區分發入學。從 90 學年度開始，小學課程係依據民國 89 年頒布的《國民中小學九年一貫課程暫行綱要》分段逐年實施，並同時於五、六年級實施英語教學，至今（93 學年度）已全面實施於一至九年級。94 學年度起，一年級與七年級學生將依據 92 年頒布的《國民中小學九年一貫課程綱要》來實施。九年一貫課程綱要將學習領域內容分成語

文、健康與體育、社會、藝術與人文、數學、自然與生活科技及綜合活動等七大領域，此為學生學習的主要內容，而非學科名稱。除必修課程外，各學習領域，得依學生性向、社區需求及學校發展特色，彈性提供選修課程（教育部，2003）。中等教育結束後可經由以下幾種管道接續後期中等教育：基本學力測驗分發入學、推薦甄選、申請入學、自願就學輔導方案、資優保送及直升入學。

後期中等教育

我國採取普通教育與職業教育分流制度。高中是介於國民教育與高等教育間的普通教育，修業三年。現行高中課程標準係於民國 85 年公佈，88 學年度開始實施。高中教學科目分為必修與選修兩大類，以選修代替分組。必修科目有公民教育、國文、英文、數學、社會學科、自然學科、藝術、家政與生活科技、體育、軍訓等領域；選修科目與必修科目相似，但無公民教育與軍訓，增加職業陶冶領域。高職學校以教授青年職業知能，培養職業道德，養成健全之基層技術人員為宗旨，修業三年。綜合高中則是在高中同時設置學術課程及職業課程，學生可依其性向及興趣選擇未來進路。完成此階段學業可經由多元入學方案進入大學就讀，有登記分發入學、甄選入學與申請入學等方式。

課程設計

台灣將一學年分為二學期，第一學期為八月一日至次年一月三十一日，第二學期自二月一日至七月三十一日，每學期有 20 週，每週五天，小學每節課 40 分鐘，中學每節課 45 分鐘，高中每節課 50 分鐘。中小學各校得視課程實施及學生學習進度之需求，彈性調節學期週數、每節分鐘數。高中各年級每週教學節數，一、二年級不得少於 33 節，不得超過 37 節，其中數學課每週 5 節；三年級不得少於 30 節，不得超過 35 節。

中、小學學習總節數分為「領域學習節數」與「彈性學習節數」。各年級每週分配情形如表一。

表一 台灣九年一貫課程各年級學習節數

年級 \ 節數	學習總節數	領域學習節數	彈性學習節數
一	22-24	20	2-4
二	22-24	20	2-4
三	28-31	25	3-6
四	28-31	25	3-6
五	30-33	27	3-6
六	30-33	27	3-6
七	32-34	28	4-6
八	32-34	28	4-6
九	33-35	30	3-5

【資料來源：教育部，2003】

學校課程發展委員會應於每學年開學前，依下列規定之百分比範圍內，合理適當分配各學習領域學習節數：

1. 語文學習領域佔領域學習節數的 20%-30%。惟國民小學一、二年級語文領域學習節數得併同生活課程學習節數彈性實施之。
2. 健康與體育、社會、藝術與人文、自然與生活科技、數學、綜合活動等六個學習領域，各佔領域學習節數之 10 %-15 %。最近則取消了上限 15 % 的規定。
3. 學校應依前列比例，計算各學習領域之全學年或全學期節數，並配合實際教學需要，安排各週之學習節數。
4. 學校應配合各領域課程綱要之內容及進度，安排適當節數進行資訊及家政實習。

「彈性學習節數」由學校自行規劃辦理全校性和全年級活動，執行依學校特色所設計的課程或活動、安排學習領域選修節數、實施補救教學、進行班級輔導或學生自我學習等活動。

3.2 新加坡之教育制度與課程設計

新加坡教育重視每個小孩不同的性向與能力，目的在使每個人的潛能得以盡情發揮，以成為未來建設新加坡的棟樑；藉由廣泛的課程以提昇文化水準，並培育其健全的道德價值觀。新加坡學校制度是承襲英國教育制度再加以改革而成，為雙軌制，分普通教育和職業教育系統，徹底實施菁英分流教育，強調因材施教。1965年獨立後，為因應環境之需求，做了一些改革與深化。1966年起逐步施行雙語教育政策：重視國際化，故強調英語教育；確保本身文化傳統，學生亦須通曉母語。1979年頒布新的學制，為現行學制的基礎。1991年再次修訂，將小學三年級結束後的分流延後至四年級，其餘大致不變。2003年開始執行十年義務教育，包含小學6年，中學4年，以往單純只是由政府補助而非法定的義務教育。新加坡於90年代末期大力推動，融合教育與科技的教學方式，試圖激發學生的抽象思考與創新的能力。

初等教育 (Primary Education)

小學自六歲開始，為期六年，主要教學科目為：英文、數學及母語。新加坡把小學又分成兩個階段：

一至四年級稱為奠定基礎階段 (Foundation Stage)。奠基階段的重點在英語、母語及數學能力的培養，另有音樂、工藝、公民與道德、健康教育、社會學科及體育等課程。除此之外，學校也鼓勵學生參加各項課外活動。五至六年級則稱為定向階段 (Orientation Stage)。在小學四年級結束前，學校會依據學生的學習能力，將他們分成三種不同的語文分流課程：EM1、EM2、EM3。EM1及EM2同樣都教英語、母語、數學及科學，但EM1學習較深的母語。EM3則學習較基礎的英語、母語及數學。

小學六年級結束前，學生都要參加小學離校考試 (Primary School Leaving Examination - PSLE)，以便鑑定孩子的學習能力，把他們分配到適合的中學課程就讀。

教育			年齡	
		大學	20	
			19	
			18	
劍橋高級文憑考試 (GCE 'A' Level)				
技術學院 (ITE)	工藝學院 (2 年制)	大學先修中心 (3 年制)	初級學院 (2 年制)	17/18
				17
				16
劍橋普通文憑考試 (GCE 'O' Level)				
第五年普通課程		↑		15/16
劍橋 N 水準考試 (GCE 'N' Level)				
四年普通學術 / 普通技藝課程		四年特別 / 快捷課程		15
				14
				13
				12
小學畢業會考				
小學 (5 年級~6 年級)			11	
三種分流 : EM1、EM2、EM3			10	
小四分流測驗				
小學 (1 年級~4 年級)			9	
			8	
			7	
			6	

圖一 新加坡學制

資料來源：新加坡教育部，2005

中等教育 (Secondary Education)

由於「因材施教」的教育政策，新加坡將中學分成特別課程、快捷課程和正規課程。新加坡稱這種學制為「分流教育」，目的就是讓孩子接受最具效率、最適合個人學習能力與興趣傾向的教育。成績最佳者進入特別課程 (Special Course) --- 約 10% 的學生。其次者進入快捷課程 (Express Course) --- 約 40% 的學生。

又其次者進入正規課程 (Normal Course) --- 約 50% 的學生。正規課程內又分學術課程 (Academic Course) 與技藝課程 (Technical Course) 兩種。特別課程和快捷課程為四年的課程，正規課程則為五年的課程。在完成中學教育的特別或快捷課程之後，有資格參加「新加坡 - 劍橋普通教育 (Singapore-Cambridge General Certificate of Education - GCE)」的 O 級證書會考 (GCE O Level)。而參與正規課程的學生則可以參加「新加坡 - 劍橋普通教育」N 級證書會考 (GCEN Level)，通過後可選擇是否要繼續修讀第五年的中學課程，第五年結束後參加 GCE O Level 檢定。

後中等教育 (Post-Secondary Education)

在 GCE O Level 考試後，依據其性向和條件，可以繼續中學後的二年制的初級學院 (Junior Colleges)、三年制的大學先修中心 (Centralised Institutes) 或工藝學院 (Polytechnics)。第一所初級學院成立於 1969 年，至今 (2005 年) 已增加到 17 所，專門收錄 GCE O Level 考試積分最優異者。1979 年成立三年制的大學教育準備中心 (Pre-University Centers - Pre-U)，1987 年開辦大學先修中心 (Centralised Institutes)，現今已完全取代 Pre-U。目前只剩一所 Pre-U，收錄積分次優者，由於其學習能力較慢，所以提供三年制。根據新加坡 2003 年的入學人數統計，就讀初級學院的學生數為 23,708 人，大學教育準備中心為 851 人，顯示準備升大學的學生幾乎是選擇進入初級學院就讀。此階段的課程內容分為 A 水準與 AO 水準的考試標準，A 水準較艱深，幾乎達大學一年級水準，AO 則為一般水準。其評量方式如表二所示。

表二 新加坡高中評量方式

“A”級科目		“AO”級科目	
分數	等級	分數	等級
75-100	A	75-100	A1
65-74	B	65-74	A2
60-64	C	60-64	B3
55-59	D	55-59	B4
50-54	E	50-54	C5
40-49	O	45-49	C6
		40-44	O7
0-39	F	35-39	O8
		0-34	F9

【資料來源：新加坡 St. Andrew's Junior College, 2005】

“ A ” 級科目得分須在 50 分（亦即得分等級為 O）以上才算通過考試，而“ AO ” 級科目得分則是須在 45 分（亦即得分等級為 C6）以上才算通過考試。在這一階段學業結束後，可以參加「新加坡 - 劍橋普通教育」A 級證書檢定（GCE A Level），其列出可供選擇的科目有語文、數學、科學、商業與電腦、人文科學、其它與本地科目共七大類，檢定結果可決定學生是否有資格繼續大學教育。

根據新加坡教育部對 2003 與 2004 年 GCE A Level 檢定所製作的統計資料，學校考生通過率如表三所示。

表三 2003 與 2004 年 GCE A Level 通過率

年度	報考人數	至少通過 2 科 A 水準與 2 科 AO 水準		至少通過 1 科 A 水準	
		人數	%	人數	%
2004	10,923	10,634	97.4	10,880	99.6
2003	12,379	12,093	97.7	12,306	99.4

【資料來源：新加坡教育部，2005】

課程設計

各階段的課程設計詳見於表四。中學階段較複雜，一、二年級皆為固定的課程，三年級開始有選修課程，依照不同的分流課程亦有不同的安排，詳列於表五。

表四 新加坡各階段的課程設計

教育階段	學年	學習內容
小學 (Primary Education)	六年 (1--6 年級)	修讀英文、數學、華語、科學，於六年結束後參加會考，決定須進入哪一種中學。
中學 (Secondary Education)	四年 (7--10 年級)	有七種課程，即英文、華語、外國語文（泰文、越南文、中文、法文）、數學、科學、地理、歷史、文學史。
初級學院 (Junior Colleges)	二年 (11—12 年級)	進入正式大學之準備課程，分為兩類。 <u>人文類</u> ：數學 (Mathematics)、英國文學、歷史、地理；經濟、戲劇、美術與設計、高階中文、馬來語、淡米爾語。 <u>科學類</u> ：數學 (Mathematics)、進階數學 (Further Mathematics)、物理、化學、生物、經濟、英國文學、地理、歷史、電腦。

表五 新加坡中學課程設計

特別/快捷課程	課程類別	科目
中學 一、二年級	基本	英文、母語、數學、普通科學、文學、歷史、地理、圖工、設計與工藝、家政。
中學 三、四年級	基本	英文、中文、數學、一門理科課程、一門文科課程。
	選修	至多四門符合他們學習能力和興趣的選修課程，包含進階數學 (Additional Mathematics)。

正規課程 (學術)	課程 類別	科目
中學 一、二年級	共同	英文、母語、數學、普通科學、文學、歷史、地理、圖工、設計與工藝或家政。
中學 三、四、五年級	必修	英文、母語、數學、人文和 2 - 4 門選修。
	選修	人文科、科學及其他實用性科目，如食物與營養、服裝和布料、設計與工藝、會計和商業原理（針對四、五年級）。
正規課程 (技藝)	課程 類別	科目
中學 一、二年級	共同	英文、基礎母語、數學、電腦應用、技藝課程、家政、社會課程
中學 三、四、五年級	必修	英文、基礎母語、數學、電腦應用和 1 - 3 門選修。
	選修	技藝學習、科學、食物與營養、美術與設計、商業管理原理等。

新加坡將一學年分為四學季 (terms)，每學季有 10 週，每年一月初起是第一學期，所以學年與日曆年同步。第一、二學期間，三、四學期間，各休息一週；第二、三學期間大約休息四週，第四學期後大約休息六週。

在課時方面，全年上課 40 週，每週五天。小學每節課 30 分鐘，每天十節；中學每節 35 分鐘，每天九節。不同的學校會有小差異。初級學院（相當於我們的高二、高三階段）每節課 45 分鐘，每天節數不固定，從 7 節到 12 節不等，且各班級安排亦不同。以上乃根據 2004 年公立學校 Anderson Junior College 的實際課表所做的調查。

因為新加坡的教育官方網站並沒有課時方面的資訊，所以簡表中統計的課時，是從幾所公立學校的實際課表統計出來的：包括 Anderson Primary School、Chua Chu Kang Primary School、Paya lebar methodist girl's school (secondary)。此外，我們由課程安排表可觀察出，特別與快捷課程的中三、中四年級選修課程包

含了進階數學 (Additional Mathematics), 此階段學生所修習的數學課時會因人而異了。底下表六統計小學一至六年級, 表七統計中一與中二各科授課節數。

表六 2004 年新加坡小學每週授課節數

科目 (每節 30 分鐘)	每週各年級授課節數						
	小一	小二	小三	小四	小五、小六		
分流 (streaming)					EM1	EM2	EM3
PSLE 的考試科目 (EM3 不考科學)							
英文 (English)	15	15	13	12	12	13	16
母語 (Mother tongue)	14	13	12	11	10	8	4
數學 (Mathematics)	7	9	11	11	9	10	13
科學 (Science)	0	0	3	4	5	5	3
PSLE 不考的科目 (Non-Examination Subjects)							
道德教育 (Moral education)	3	3	3	3	3	3	3
社會科 (Social studies)	1	0	0	2	3	3	3
藝術與工藝 (Arts & Crafts)	2	2	2	2	2	2	2
音樂 (Music)	2	2	2	2	1	1	1
體育 (Physical education)	3	3	3	3	2	2	2
健康教育 (Health education)	0	0	0	0	1	1	1
集會 (Assembly)	1	1	1	1	1	1	1
每週全部課程節數	49	48	49	49	49	49	49

【資料統計來源 : Anderson Primary School, Chua Chu Kang Primary School】

表七 2004 年新加坡初級中學每週授課節數

中一及中二 (Lower Secondary) 所上科目 (每節 35 分鐘)	每週授課節數		
	特選/ 快捷	普通 學術	普通工 藝
考試科目 (Examination Subjects)			
英文 (English)	6	6	8
母語 (特選修高級母語 ; 普通工藝修基本母語)	6	6	3
數學 (Mathematics)	5	6	8
科學 (Science)	6	5	4
文學 (Literature)	2	2	
歷史 (History)	2	2	
地理 (Geography)	2	2	
藝術與工藝 (Arts & Crafts)	2	2	
設計和科技和家政 (Home economics)	3	3	
電腦應用 (Computer applications)			4
Technical studies & home economics			4
不列入考試的科目 (Non-Examination Subjects)			
社會科 (Social studies)			2
公民與道德教育 (Civics & Moral education)	2	2	2
體育 (Physical education)	1	1	
音樂 (Music)	1	1	
藝術與工藝 (Arts & Crafts)			2
集會 (Assembly)	1	1	1
每週全部課程節數 (Total curriculum time)	40	40	40

【資料統計來源 : Paya lebar methodist girl's school (secondary)】

2003 年新加坡入學人數、班級數與班級大小

表八 新加坡入學人數、班級數與班級大小

	入學人數	班級數	平均班級大小
小一	49,044	1,269	38.6
小二	49,027	1,270	38.6
小三	49,933	1,288	38.8
小四	50,452	1,322	38.2
小五	50,111	1,362	36.8
小六	51,372	1,433	35.8
小學總數	299,939	7,944	37.8
中一	51,984	1,351	38.5
中二	49,335	1,303	37.9
中三	54,608	1,489	36.7
中四	43,207	1,266	34.1
中五	7,292	241	30.3
中學總數	206,426	5,650	36.5
初級學院一年級	11,539	513	22.5
初級學院二年級	12,169	537	22.7
初級學院總數	23,708	1,050	22.6
大學先修一	339	16	21.2
大學先修二	289	14	20.6
大學先修三	223	10	22.3
大學先修中心總數	851	40	21.3
全數總額	530,924	14,684	36.2

【資料來源：Yearbook 2003 of Singapore】

課程發展部門

新加坡政府設有常駐的課程發展部門，負責定期檢討並長期性地研擬其教育政策與學習綱要。1996年12月1日原隸屬新加坡教育部的課程發展會（Curriculum Development Institute of Singapore, CDIS）和課程制定部門（Curriculum Planning Division, CPD）重新改組為新的兩個部門：教育科技部門（Educational Technology Division, ETD）和課程制定與發展部門（Curriculum Planning and Development Division, CPDD）。

ETD 將會發展全方位的教育科技教材（資訊科技、教育電視與視聽類），並於學校中帶領使用，使其在「教」與「學」上發揮影響力。其下有三個支局，分別為 1. EdTech 訓練局（EdTech Training Branch），負責協助學校完成 IT 計畫，如訓練教師使用教育科技，尤其強調應用在教學上，並為學校設計課堂相關活動。2. EdTech 發展局（EdTech Development Branch），其功能包含追蹤教育科技的最新進展，在提倡特別的 IT 計畫與生產教育電視節目下，提出整合至課程中的有益改革。3. 多媒體與公共設施贊助局（the Media & Infrastructure Support Branch），負責購買、檢視與批准學校採用的軟體，並與企業團體共同合作來協助教育軟體的生產。

CPDD 負責設計、重新探討與修訂課程大綱，發展教學教材，將概念化為教學上的產物，並監控課程的完成。CPDD 結合了 CDIS 與 CPD 的功能，使得學校中的課程規劃、發展與實施有著更密切的配合關係。其下有三個支局，分別為語文發展（Languages & Library Development）、科學（Sciences）和人文藝術（Humanities & Aesthetics）。

ETD 與 CPDD 兩大部門將會密切地共同合作，讓多媒體與印刷教材有著連貫一致的發展，而軟體發展將作為課程與印刷教材的補充。

新加坡教育資訊化之發展

新加坡政府早在多年以前就已經認識到了教育必須朝向資訊化發展，陸續於

1997 年與 2002 年推出了資訊技術在教育中的應用規劃- - MasterPlan , 分別稱為 MP1 與 MP2。

MP1 是新加坡政府為迎接 21 世紀的挑戰而將資訊技術結合到教育中去的規劃。其指導思想是：教育應該不斷地預測未來社會的需求，並為滿足這些需求而努力。未來社會所需的技能焦點將集中在思考、學習以及交流等方面，基於資訊技術的教和學是年輕一代獲得上述技能的關鍵途徑，MP1 著力於為年輕一代尋求一個走向資訊技術之路的基礎。

在 MP1 實施之始，新加坡教育部首先對國中小教師進行了培養訓練，使他們認識到資訊技術融入教學的樂趣和先進性，從而使得資訊技術成為教師教學的得力助手。MP1 實施初期，小學階段在英語、數學、科學和中文等科目引入了資訊技術。中學階段引入資訊技術的科目則更為廣泛。

MP1 明確規定了到 2002 年資訊技術基礎設施的國家標準。學校可以根據自己的情況靈活決定在 2002 年以前的發展速度及硬體資源的分發情況，但到 2002 年每所中小學必須達到國家規定的資訊技術基礎設施的標準，即每兩名學生擁有一台電腦，教師課堂教學應該有 30% 的課時利用資訊技術。為了達到這個目標，新加坡政府在 1997-2002 年內投資 20 億新元（與台幣之幣值比約為 1:19）以購置電腦，為學校建立全面的網路、開發軟體及教材、培訓教師操作能力等。除此以外，每年還要投入 6 億新元給中小學做經常性開支（如電腦維護、開發軟體及教師持續培養訓練等）。在 MP1 實施之初，一個全面的教師資訊技術培養訓練計畫就已開始落實。到了 1999 年，所有教師都已接受了資訊技術的培養訓練，新教師也都經過了新加坡國家教育學院資訊技術的培養訓練。現在，幾乎每一位新加坡的教師，在課堂教學中都能使用資訊技術。他們不但在教學、交流和行政管理方面使用資訊技術，而且還使用資訊技術設計「學習環境」和「教學過程」。

到 2002 年底，MP1 規劃已基本完成。該規劃的有效實施極大地推進了新加坡教育資訊化的發展，使其置身於世界教育資訊化的前茅，新加坡的教育走上了一個全新的發展階段。

第二次的 Masterplan (MP2) 在 2002 年 7 月 27 日揭開序幕，其願景是：建立在 MP1 上，學校應更有效、更為普遍的執行資訊科技教育。在 MP2 實施之下，學校被賦予更多的自主權來主導其資訊科技資源，意味著政府授權學校做更深一層的試驗與整合，並認為這在創新與改革上有極大的幫助。除此之外，在 2004 年更提升教師數與筆記型電腦數之比例達 1:1 (MP1 為 2:1)，增大了資訊科技教育的普遍性。

MP2 (2003 年~2007 年) 是新加坡教育部針對已具有一定資訊技術水準的新加坡教育推出的一套完整、系統的方法，將教育中的一些環節 - 課程、評價、教育指導、領航班的發展以及學校文化等與資訊技術更完善地整合起來。從 MP1 與 MP2 的推展可以看出新加坡教育部大力推動資訊科技教育，實行電腦輔助教學的實際行動。在 2002 年，新加坡完成學校全面網路化，超過 30% 的課程都將運用到電腦。新加坡新課程改革成功的重點是政府強大的支持，包括頒佈了一系列有力的政策，並給予強大的財政支撐。如在教師培訓方面，政策要求每個教師都要學會使用電腦，配套保證每個教師擁有一台電腦，因此給予教師經濟資助，每個學校亦配有至少兩位技術支援人員。

第 4 章 台灣與新加坡數學課程綱要之簡介、 比較與評析

此章 4.1 節針對兩國之綱要做介紹，4.2 節為兩國 1 到 12 年級（本文中的 10 到 12 年級即相對於台灣的高中三年階段）的數學課程綱要對照表。4.3 節針對 4.2 節的並列資料提出五大主題的平衡比較，各主題列出台灣與新加坡明顯的差異所在，並進一步針對一些項目做闡釋比較，分析其特點。

4.1 台灣與新加坡數學課程綱要之簡介、探討

以下簡介台灣與新加坡目前使用之數學課程大綱，並探討其特色。

4.1.1 台灣

國民中小學九年一貫課程綱要（數學學習領域）：

教育是開展學生潛能、培養學生適應與改善生活環境的學習歷程，跨世紀的九年一貫新課程之基本內涵包括了：培養具備人本情懷、統整能力、民主素養、鄉土與國際意識，以及能進行終身學習之健全國民。九年一貫課程強調以學習者為主體，以知識的完整面為教育的主軸，以終身學習為教育的目標。

數學之所以被納入國民教育的基礎課程，有三個重要的原因：1. 數學是人類最重要的資產之一；2. 數學是一種語言；3. 數學是人類天賦本能的延伸。在二十一世紀處於高度數位化的文明世界中，台灣大學陳宜良教授曾提及：所有經驗科學的學門在進行數量化的革命，傳統的科學與工程學門都邁向數學深化的潮流，這更突顯了數學在未來科學發展的核心地位。因此數學知識及數學能力，已逐漸成為日常生活及職場裡應具備的基本能力。

數學領域新題材的學習（包括操作觀察、概念學習、新演算方法或應用問題解題等），往往需要較寬裕的時間來融會貫通。而且數學領域相較於其他學習領

域更具有多樣化的特質；其學習仍以課堂活動為主體，家庭作業與溫習僅能輔助學習。因此上課時數將直接影響數學教學的成效，但是在九年一貫七大領域同等重要的課程設計之下，數學課時有其上限。在既有課時限制之下，九年一貫數學領域課程綱要內容之取捨，是由下列四個原則來決定：

1. 參考施行有年且有穩定基礎的傳統教材；
2. 採用國際間數學課程必備的核心題材；
3. 考慮數學作為科學工具性的特質；
4. 現有學生能夠有效學習數學的一般能力。

具體而言，九年一貫數學學習領域的教學總體目標為：

1. 培養學生的演算能力、抽象能力、推論能力及溝通能力；
2. 學習應用問題的解題方法；
3. 奠定下一階段的數學基礎；
4. 培養欣賞數學的態度及能力。

其中，國民小學階段的目標為：在第一階段（一至三年級）能掌握數、量、形的概念；在第二階段（四至五年級）能熟練非負整數的四則與混合計算，培養流暢的數字感；在小學畢業前，能熟練小數與分數的四則計算，能利用常用數量關係解決日常生活的問題，能認識簡單幾何形體的幾何性質、並理解其面積與體積公式，能報讀簡單統計圖形並理解其概念。國民中學階段的目標則為：能理解坐標的表示，並熟練代數的運算及數的四則運算；能理解三角形及圓的基本幾何性質，並學習簡單的幾何推理；能理解統計、機率的意義，並認識各種簡易統計方法。

能力指標部分，係參酌施行有年且有穩定基礎的傳統教材、國際間數學課程必備的核心題材、數學作為科學工具性的特質、現有學生能夠有效學習數學的一般能力等原則進行修訂。數學領域將九年國民教育區分為四個階段：階段一為一至三年級，階段二為四、五年級，階段三為六、七年級，階段四為八、九年級。另將數學內容分為數與量、幾何、代數、統計與機率、連結等五大主題。

前四項主題的能力指標以三碼編排，其中第一碼表示主題，分別以字母 N、S、A、D 表示「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」四個主題；第二碼表示階段，分別以 1, 2, 3, 4 表示第一、二、三和四階段；第三碼則是能力指標的流水號，表示該細項下指標的序號。此外，數學內部的連結可貫穿前述四個主題，來強調解題能力的培養；數學外部的連結則強調生活及其他領域中數學問題的察覺、轉化、解題、溝通、評析諸能力的培養。具備這些能力，一方面增進學生的數學素養，能適切地應用數學，來提高生活品質，另一方面也能加強其數學的思維，有助於個人在生涯中求進一步的發展（教育部，2003）。

95 學年度高中數學暫行綱要：

此為 95 學年度即將施行的綱要，由於高中課程有選修制度，分為必修科目數學、選修科目數學（ ）及選修科目數學（ ）等三份課程綱要。其中必一、二年級為必修課程，其目標為：

1. 引導學生瞭解數學的內容、意義及方法。
2. 培養學生以數學思考問題，分析問題，解決問題的能力。
3. 提供學生在實際生活和學習相關學科方面所需的數學知能。
4. 培養學生欣賞數學內涵中以簡馭繁的精神和結構嚴謹完美的特質。

而選修（ ）為三年級上學期課程，學習目標之一在要求學生對高一、高二所學加深加廣，所以教師應將相關的議題深化、延伸和統整，以期使學生能掌握學習數學精益求精、以簡馭繁之精神。其目標為：

1. 加深加廣機率統計在必修課程所學之內容。
2. 提供學生在大學學習線性代數相關學科的基礎知能。

選修（ ）為三年級下學期課程，其目標為：

1. 以多項式函數為主體引導學生瞭解微積分學的內容，意義及方法。
2. 提供學生在大學學習微積分相關學科的基礎知能。

此三份綱要在實施方法上所共有的特點是均強調與九年一貫課程的銜接，注

意教材內容應據時代性與前瞻性，並提出以電腦協助課程進行，如使用繪圖、計算軟體來展示函數圖形、立體幾何、解方程式、幫助學生從動態中了解線性規劃的意義等等。至於內容安排上，與九年一貫課程綱要明顯的差異是在主題分類上，九年一貫是分為五大主題，高中則針對各數學項目細分，如下表所示：

表九 95 學年度高中數學暫行綱要之主題分類

	類別	主題
高中 數學 暫 行 綱 要	必修 第一學年	數與座標系、數列與級數、多項式、附錄(認識證明)、指數與對數、三角函數的基本概念、三角函數的性質與應用、附錄(函數的概念、餘切函數、正割函數和餘割函數的圖形)。
	必修 第二學年	向量、空間中的直線與平面、圓與球面的方程式、圓錐曲線、排列組合、機率與統計()。
	選修	機率與統計()、矩陣、不等式。
	選修	多項式函數的極限與導數、導函數的應用、多項式函數的積分、附錄一(微積分基本定理)、附錄二(以牛頓法求整數開平方根的近似值)。

【資料來源：95 學年度高中數學暫行綱要】

4.1.2 新加坡

新加坡數學課程綱要簡介

「新加坡數學課程綱要」取自新加坡教育部網站所提供之《小學數學綱要》(Primary Mathematics Syllabus)和《中一、中二數學綱要》(Lower Secondary Mathematics Syllabus)，即一至八年級。由於四年級結束後開始分流，不同能力(stream)的學生分別使用不同的綱要。於此，五、六年級是取「EM1」之綱要，七、八年級是取「特別與快捷課程」之綱要與台灣做對照。另外，新加坡數學綱

要並沒有訂定能力指標，為方便讀者在附錄一至附錄五的對照表格中查閱原始資料，在此為其訂定各主題代號於表九。至於中三、中四（少部分學生讀中五，稱為 Higher Secondary School）以及後期中等教育部份，詢問新加坡教育部人員 Fong Wai Kean 得知其課程內容安排以考試綱要為依歸，可見得新加坡之教學內容與其階段性認證考試有著密不可分的關係。

表十 新加坡數學課程內容分類與代號

年級	年級代號	主題	代號
國小 一 ~ 六年級	P1 P6	整數 (Whole Numbers)	N
		錢幣、測量 (Money, Measures & Mensuration)	M
		統計 (Statistics)	S
		幾何 (Geometry)	G
		分數 (Fractions)	F
		小數 (Decimals)	D
		平均、比率、速率 (Average/Rate/Speed)	A
		比、比例 (Ratio/Proportion)	R
		百分率 (Percentage)	P
		代數 (Algebra)	a
中學 一、 二年級	S1 S2	算術 (Arithmetic)	A
		測量 (Mensuration)	M
		代數 (Algebra)	a
		繪圖 (Graph)	g
		幾何 (Geometry)	G
		統計 (Statistics)	S
		三角 (Trigonometry)	T
		問題解決 (Problem Solving)	P

新加坡考試綱要的內容均為階段性概括描述，例如中學四年或五年階段結束後所接受的 O 級考試大綱 (GCE Mathematics O Level Syllabus)，初等學院二年（後期中等教育）結束後所接受的 A 級考試大綱 (GCE Mathematics A Level Syllabus)，都沒有細緻地分年探討，而是單純地以數學項目做分類，如函數繪圖、代數操作、三角等等。因此在這份綱要比較中，從 O 級考試大綱抽出 9 與 10 年

級課題的方法，主要是參考新加坡 2005 年市面上一般大眾使用的教科書來做年級分類；從 A 級考試大綱分出 11 與 12 年級則是參考 Meridian Junior College 的數學課程安排。以上所參照的教科書出版社為：小學 - Federal，中學 - Shinglee，高中 - Pan Pacific。

綜言之，在 10 ~ 12 年級部分，新加坡以其考試綱要來主導數學課程，10 年級涵蓋在 O 級考試綱要中，11 與 12 年級為參考 A 級考試綱要，主要取其科目代碼為 4017、4018、9233 三份考試綱要來與台灣 95 年高中暫行綱要做對照。而 9233 內容分為三部份：純數學、力學、機率與統計，此處對照只取其純數學與機率與統計兩部份。

表十一 新加坡 GCE O Level 和 A Level 數學科考試綱要

考試綱要	涵蓋年級	科目代碼	綱要	內容分類	指標代號
O 級	7	4017	數學 (mathematics)	數學	4017
	8 9 10	4018	進階數學 (additional mathematics)	數學	4018
A 級	11	8174	數學 (mathematics)	純數學 (pure mathematics)	8174
				機率與統計 (probability and statistics)	
	12	9233	數學 (mathematics)	純數學 (pure mathematics)	33-P
				粒子力學 (particle mechanics)	33-M
				機率與統計 (probability and statistics)	33-S
	9234	高等數學 (further mathematics)	純數學 (pure mathematics)	34-P	
力學 (mechanics)			34-M		
統計 (statistics)			34-S		

【資料來源：新加坡教育部，2005 年】

配合新加坡公立學校 Meridian Junior College 的數學課程安排，對於 A 級考試的三份數學綱要詳加說明如下：

1. 《GCE AO Level Syllabus Mathematics》 - 8174

對象為文法商組學生，每週三節授課，二節演習。此課程為選修。內容包含純數學與機率統計。

2. 《GCE A Level Syllabus Mathematics》 - 9233

對象為理工組學生，每週三節授課，三節演習；若中學未修習進階數學（additional mathematics）則為四節演習。此課程為必修。內容包含純數學、粒子力學與機率統計。整體而言較 8174 為廣，最明顯的部份是多了粒子力學這部份。

3. 《GCE A Level Syllabus Further Mathematics》 - 9234

對象為理工組學生，每週三節授課，三節演習。此課程為選修。內容包含純數學、力學與統計，整體而言較 9233 更深更廣。

雖有三份綱要，不過 9233 綱要內容已涵蓋了 8174 綱要內容，而 9234 數學綱要為深度選修，提供給能力卓越的學生修習，因此在下一節的對照表格部分，以 9233 數學綱要為主，擷取少部分 9234 數學綱要。與台灣 95 年數學暫行綱要做對照，並同樣為其訂定代號，方便查閱。

新加坡 1-8 年級數學課程綱要探討

「學習型的學校，思考型的國家」為新加坡教育部之願景，此願景為課程注入了三項提案：思考技能、資訊科技（IT）與國家教育。資訊科技推動著他們邁向以知識為基礎的社會，「幫助人民準備接受未來的挑戰」已變得更加明顯需要，此外為了精通於 IT 的使用，學生必須能夠創意地思考、獨立地學習與成功地在團隊中工作，基於以上所提，當新加坡經濟邁向全球化之際，人民必須擁有強烈的家園與國家歸屬感，在此背景與期盼的教育成果之下，新加坡重新修正數學綱要。

此份數學修正綱要反映出現今數學教育的發展，其焦點專注於數學解題（Mathematical Problem Solving），重心在概念、技能與其基礎過程的發展，並結合「思考技能與資訊科技在數學教學上的整合」，將給予力量來發展數學問

題的解決。

在綱要簡介中提及「國家教育」這一項，看出政府希望辦理全國統一標準的學校教育，從其歷史角度觀看，新加坡與英國相似，以往的學校多屬私營機構，所以在他們的社會裡面，政府干預教育的層度是非常低的，1990 年代開始，英國正處教育改革之時，卻也稱讚台灣、日本與南韓的教育制度。其稱讚的重點之一是幾乎所有的中小學都是公立學校，此項優點為全國國民擁有「一致的標準」與「公平的機會」接受教育。於是英國教改有一個明顯的轉向：將學校由私營改為公營，從極度的分散、分權漸漸改為中央集權，統一管理。新加坡顯然與英國一樣歷經這樣一個逐漸改變的過程。我們也可以說這是一個很有趣的全球化結果，自從資訊發達以後，每個人、每個團體甚至於每個國家，都會不斷地觀摩別人怎麼做，進而修正自己，使得最後大家都會趨於一個共同的形式。所以在「國家教育」這一項提案中，反映了新加坡的教育改革歷史：他們以前沒有全國一致的標準，而在 2001 年正式推出了一到八年級的全國統一教學大綱。

就此份文獻本身來看，數學綱要在小學部分沒有直接使用 IT 相關工具，從中一開始明白指出要使用計算器，其中較特別的是在小學綱要附錄 B 提到使用算盤來計算加減，並做詳細解說，如操作方式與使用技術。算盤是非常具體的操作物，就如同我們國內課本所使用的花片或紙牌，皆屬於操弄性材料。學生可以操弄這些教具，以便考察抽象概念和具體事物之間的關係，並立即以實徵結果來檢證其假設（李? 吟、單文經，1997）。

關於 IT 的相關訊息，從 2003 ATCM 國際研討會（第八屆亞洲科技與數學研討會）與新加坡教育部之 MP1、MP2 計畫中，得知其政府資助教師購買筆記型電腦，並積極鼓勵教師將 IT 帶進教室，利用電腦軟體或網路來呈現一些課題。在數學課堂中，IT 工具不見得可以全面適用，但我們可以想像對於較複雜的計算，或者為快速地表現統計數據與幾何相關問題上，值得把 IT 帶進教室來做教學輔助工具。此 IT 的推展是全面性的，不僅僅在數學，而是融入在新加坡各科目的課程中，讓學生從小學開始在教室中就看到與接觸到所謂的 IT。例如 2002

年由 SNP Panpac 所出版的中學教科書，每一章都有「IT Corner」這一小單元，教導學生如何在電腦相關軟體中輸入數學符號如「+、-、*、/、 $\sqrt{\quad}$ 」等等的 IT 相關補充。

新加坡中小學數學綱要包含了兩部分：A 部分解釋了綱要的哲理與其實施的精神，並且詳加說明了數學綱要的目標。數學綱要所呈現的框架概述了學校裡數學教學和學習的精髓，各階段的數學學習包含了基本概念的取得與其實作技能、數學的思維方式、一般問題的解決策略、擁有對數學的積極態度和欣賞能力來作為在日常生活中一項重要、強而有力的工具，這種框架形成學校中數學教學的基礎。此綱要分別在基礎階段與定向階段中。

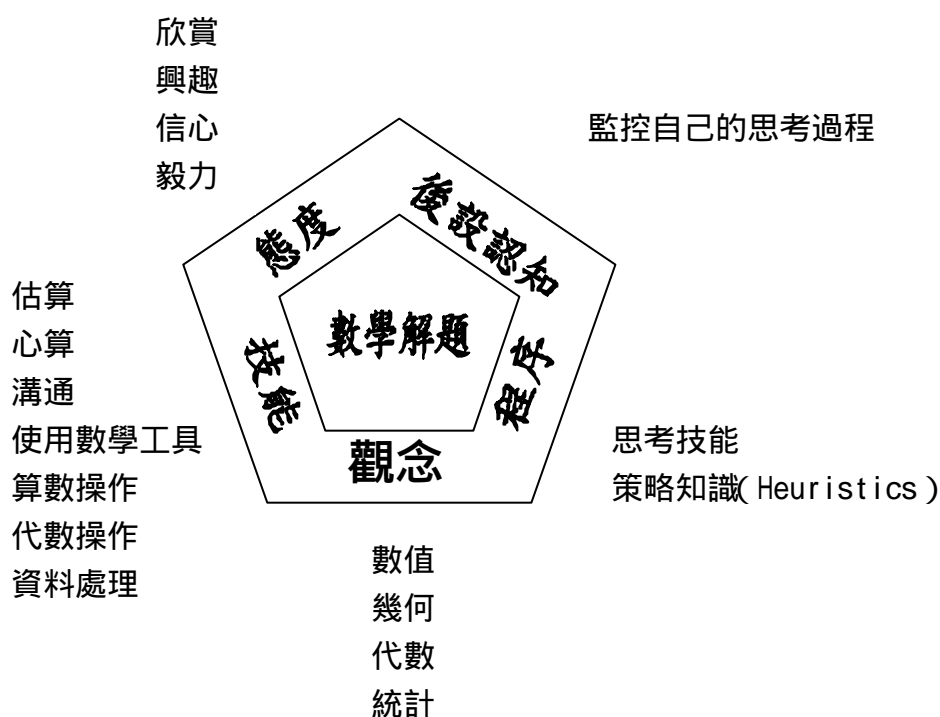
數學綱要的 B 部份詳列各階段的學習內容，並謹慎確保小學至中學的連貫性。隨著每一主題深度的增加，採取「螺旋式」(spiral approach) 安排，讓每個主題在各個階段適當地重複被提及，使學生能夠鞏固學習的概念和技能，並且發展更進一步的概念和技能。也因此能看到在綱要中相同的主題重複出現在不同的年級，但是複雜度與深度不同，所有主題都有「學習成果」(Learning Outcomes) 讓老師監測學生的進展，而「Remark」這一欄則提供綱要的說明指引。綱要中強調其主要功能是提供教師計畫他們數學課程的指南，教師不必受這裡所提出的主題順序約束，但是應該保持層級性(hierarchy)和連結性(linkages)，並靈活及創意地教學。

新加坡數學教育的目的是使學生能夠達到以下目標：

1. 獲得並且應用生活中所碰到關於數、測量和數學情境空間之技能與知識
2. 獲得為數學和其他學科方面深造所必要的數學概念和技能
3. 發展邏輯演繹和歸納的能力，透過數學問題的解決解釋他們的數學思考和推理技能
4. 確切、簡明且合乎邏輯地使用數學語言傳達數學想法和論證。
5. 發展對於數學的積極態度，包含信心、樂趣與毅力。
6. 欣賞數學的威力與結構，包含樣式與關係，並加強學生在智能上的好奇

心。

在中小學階段的數學教育列出以上六大目標：分別屬於認知、溝通、與連結的能力。最後一點提到能夠欣賞數學的威力與結構，此所謂數學結構包含了樣式與關係，這一思維放在小學裡面，可察覺它是為了將來作為了解「數學模型」與「數學函數概念」的一個前置經驗，美國加州、韓國、日本、中國大陸等國家同樣有類似的安排。



【新加坡數學課程框架圖】

從數學課程的框架中觀察到，新加坡 2001 年這一份數學綱要是以「數學解題」作為核心目標，而在四周放置了五個概念來支持這個核心：觀念、技能、程序、態度與後設認知。從教育心理學的觀點來看，「學生需要了解什麼才能解數學問題？」這個問題的答案包含了四個成分。一、語言及事實知識：用來幫助學生把問題的每一個句子轉譯成內在表徵。二、基模的知識：用來幫助學生把資料加以整合使成為連貫一致的表徵。三、策略的知識：用來幫助學生想出和監控解題計畫。四、程序性知識：用來幫助學生執行解題計畫中所需的演算 (Richard E.

Mayer 著，林清江譯，1997)。新加坡數學課程框架即建構在上述的模式下來發展。底下分別就此框架圖的五個概念所提出的小項目詳加論述，並與台灣做比較。

一、觀念 (Concepts)

我們可以把觀念這一項視為台灣的內容主題，新加坡將其分成數值、幾何、代數、統計四大類。新加坡人談的代數更形式些，須提到未知數、變數與方程式才將之視為代數，因此代數這一類從小六才正式列出。台灣則把加法的交換律視為代數主題，所以小一就開始有代數部分。但觀察新加坡綱要內容，小一便已出現 $3 + \quad = 12$ 這樣的式子，雖然未強調符號類化與未知數之想法，但已間接為代數做了鋪陳。台灣綱要則是從小二開始使用像 $8 + (\quad) = 13$ 的問題，小四才逐漸做符號的類化，將括號以 \square 、甲、乙等符號取代。但觀察台灣教科書並非完全按照綱要做如此的安排。

二、技能 (Skills)

技能方面，除了我們所熟知的加減乘除、代數操作與處理資料的能力（機率與統計）外，還看到新加坡特別強調「估算與心算」能力，要求在合理的時間內完成這基本的計算，從綱要內容也可觀察到，從頭到尾的確是一致地在貫穿這件事，其中值得注意的是，估算並未從很小就開始，與台灣、中國大陸相同是從小四才開始的，小四前著重在精確計算的能力，而這部份是估算的基礎，如此的安排是合理的。

三、程序 (Processes)

在程序這部分提到到兩項，一是將思考技術放入數學課來學習，這也是綱要簡介所提「學習型的學校，思考型的國家」中的三項提案之一，另一項提到的是策略知識 (Heuristics)，或稱為捷思法。所謂的思考技能，在綱要的附錄 A 中做了一番詳細的說明，包含以下各項：

1. 分類 使用適當的歸因來做分類、組織、歸類資訊
2. 比較 使用一般的歸因並透過多套的訊息來區別共同性與差異性
3. 排序 透過可量化的值，安置項目於一分級的順序中

4. 個體與整體的分析 辨認並清楚說明形成整體的部分
5. 指出樣式或關係 在產生一個可信賴或可重複之計畫的一種關係裡
認出在兩個或更多屬性之間的具體的變化量
6. 歸納 從聚集的線索描繪出普遍的結論
7. 演繹 從給予的歸納推論各種特殊情形或例子
8. 圖像化 (空間想像 Spatial Visualisation) 想像一個情境或物
體，並在內心操作關於問題解決的不同選擇

在解題策略上，亦具體列出了其意涵：

1. 算算看
2. 使用圖表
3. 做一有系統的列表
4. 尋找樣式
5. 知道結果後，倒推回去，與前題拉上關係
6. 使用前後概念
7. 猜猜看並檢驗
8. 做假設
9. 設法把問題換一形式，這是一個高竿的事情。
10. 簡化問題
11. 做特殊解

四、態度 (Attitudes)

指出數學學習上的情感觀點

1. 享受數學
2. 欣賞數學的美與威力
3. 在使用數學上展示信心
4. 問題解決的堅持

五、後設認知 (Metacognition)

台灣和其他不少國家綱要喜歡談及學習認知或是認知心理與建構論，而新加坡則完全沒提及這些，他們談的是後設認知。值得我們欣賞之處是他不談理解、學習、建構等抽象的心理學名詞，而是務實地解釋出三種具體行為。第一種是較偏向心理層面的，指出當學生在執行一解題動作時，要持續且有意識地監控著他自己的思考程序與策略。這是後設認知很標準的一個解釋，亦即一個人對自己認知歷程的知識和覺察，其技巧包括理解監控、自我檢核，即依不同的目標調整實作表現（林清山，1997）。第二與第三種是在學習數學上很有實際用處的兩種思考方法：一個是在整個解題的思維當中，隨時去尋找是否還有另類的、其他可能性的辦法來解決同樣的問題，來達成同一個目標；另一個是解題完成之後，檢查自己算出來的答案是否合理、是否適當。這些是他們在談後設認知上的確實描述。因為大部分讀者對於「後設認知」之心理學名詞並不熟悉，所以新加坡在這方面很務實地明確定義其所指的三項行為。

整體來看，其數學解題的對象是數學家常說的：內外的應用。對外而言包括了生活中的問題，對內而言是數學本身解題的問題；包含了內外兩部分才是完整的數學應用。新加坡綱要中將數學問題分成三個層次，第一為最基本的、要求在合理的短時間內完成例行問題，第二是非例行、樣式較奇怪的問題，第三是開放的問題，除了不熟悉外，可能是沒有標準答案、需要探索與研究的問題。新加坡認為在數學解題核心目標之下需包含這三層次的問題，小學階段大部分是屬於第一層次，中學開始引入二、三層次。參考 2002 年由 SNP Panpac 所出版的中學教科書，在每一章的最後都有極具深度與趣味性的「挑戰題」，訓練學生思考的靈活性。以往台灣使用的暫綱所顯示的數學問題絕大部分屬於第一層次，較少有達到第二第三層次的機會，新加坡在這一點很大膽的去嘗試，在教科書中置入一個挑戰天地，提供更深與更廣的空間給予能力較高的學生。

新加坡課程綱要的一項特色是會配合分流而擬定兩種、甚至三種課程標準。另一項特色是新加坡小學數學綱要在最後面列出研究文獻，其他國家皆無列出。

4.2 台灣與新加坡數學綱要比較表

數學綱要文本：

- 臺灣取自教育部發行的
《九年一貫課程綱要 數學學習領域》
《95 學年度高中數學暫行綱要》
- 新加坡取自該國教育部 (<http://www.moe.gov.sg/cpdd/syllabuses.htm>) 發行的
《小學數學綱要 (Primary Mathematics Syllabus)》
《中一、中二數學綱要 (Lower Secondary Mathematics Syllabus)》
以及新加坡教育部底下的考試與評估板 (Singapore Examinations and Assessment Board) (<http://www.seab.gov.sg/>) 所公告的標準
《GCE O Level Syllabus Mathematics》 - **4017**
《GCE O Level Syllabus additional Mathematics》 - **4018**
《GCE AO Level Syllabus Mathematics》 - **8174**
《GCE Advanced Level Syllabus Mathematics》 - **9233**
《GCE Advanced Level Syllabus Further Mathematics》 - **9234**

為方便讀者瀏覽原始文件 (包含本人所做之部分翻譯版), 將以上檔案放置於以下網址, 以供參考：

<http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/Teach/mathedu/wengwx/>

新加坡數學課程綱要較為複雜, 於 4.1.2 節中已詳細說明, 不再贅述。附錄一至五中, 比較表格之內容取自上述之文本, 採用貝瑞岱並列步驟中的圖表式來製作, 對照我國與新加坡 1 到 12 年級 (國小、國中、高中) 之數學課程綱要。由於兩國對數學課程內容的分類方式不盡相同, 於此我們統一分成五大主題來做兩國的比較。主要是依據九年一貫課程的主題分類方式, 由於「連結」主題不屬內容, 因此只取前四項主題：數與量、代數、幾何、機率統計。其中「關係、樣

式、函數、坐標系統、平面和空間向量」等結構性問題列入代數範圍內。集合、邏輯、排列組合則與機率統計一同討論。配合高中內容，最後再加上一項主題：數學分析，此主題是依照數學界的分類方法界定。因此所列五大主題如下，詳細內容在附錄一至附錄五。

一、數與量：見附錄一

二、代數（含關係、樣式、函數、坐標系統、平面和空間向量）：見附錄二

三、圖形與幾何：見附錄三

四、集合、邏輯、排列組合與機率統計：見附錄四

五、數學分析：見附錄五

4.3 台灣與新加坡數學課程綱要之比較與評析

這一節主要分為比較與評析兩部分，比較部分是列出綱要對照表中兩國明顯的差異，評析部分是針對不同主題列出兩國之特點，並提出看法。

4.3.1 比較

以下扼要列出台灣與新加坡在數學課程五大主題各項目之比較：

一、數與量

1. 在位名上，台灣 4 年級教到億、兆，新加坡到 5 年級則只教到千萬（也許這是幣值差異影響所致）。
2. 在錢幣介紹上，台灣單純使用「元」，新加坡則使用了「元」和「分」混合單位（這是貨幣單位使然）。
3. 台灣與新加坡皆介紹了數的順序，然而新加坡綱要中提及了基數（Cardinal numbers）與序數（Ordinal numbers）兩詞，台灣則無特別強調此差異。
4. 在四則運算上，新加坡 1 到 5 年級藉由控制位數，格外細緻地安排整數、分數、小數的階段性運算學習，可看出其注重訓練學生的計算能力；1 年級便開始有乘除運算，也特別強調培養學生心算能力，台灣則無特別強調；另外，台灣綱要有使用「直式計算」一詞，新加坡綱要則無。
5. 台灣 2 年級教導九九乘法表，新加坡 2 年級先教導數字為 2、3、4、5、10 欄位的乘法表，3 年級則是完整的十十乘法表。
6. 新加坡在 3 年級有放置「奇數與偶數」名詞，台灣則無列出於綱要內容中。
7. 台灣在 5 年級提及公因數、公倍數，新加坡則是放在 8 年級。
8. 台灣在 6 年級提及質數、合數，新加坡則是在 7 年級提質數，未有合數一詞出現。

9. 新加坡在 7 年級提及「判別有理數和無理數」，台灣則於 10 年級才提到此項。
10. 在比例上，台灣在 6、7 年級提出比、比值、正比、反比，新加坡則螺旋漸進地安排在 5 年級到 7 年級這三年之中。
11. 量與實測上，對於公斤公克等單位台灣使用「重量」一詞，新加坡則使用質量 (mass)。
12. 平行四邊形與梯形面積公式台灣擺在 5 年級，新加坡則擺在 7 年級；扇形面積台灣擺在 6 年級，新加坡則擺在 8 年級。
13. 在表面積與體積計算上，新加坡多提一項「球體」。
14. 時間報讀上，新加坡特別教導學生使用 a.m.、p.m.；台灣使用中文之上午、下午。
15. 新加坡於 7 年級學習求平方、平方根、立方根之符號與計算，台灣則於 8 年級學習平方根，立方根在這九年一貫當中未提及。
16. 台灣於 10 年級有列出輾轉相除法，新加坡則無。
17. 對於複數之四則運算，台灣在 10 年級提出，新加坡則在 11 年級，共軛複數亦然。

二、代數（含樣式、關係、函數與坐標圖形）

1. 描繪圖形樣式 (Patterns) 上，新加坡 1 年級開始訓練學生根據形狀、大小、顏色、方位來讓學生描述規則性；台灣則此一項目。
2. 新加坡特別提到二次、三次、四次多項式方程式的根與係數關係，台灣則無。
3. 新加坡提到有理函數，台灣則無。
4. 新加坡於 8 年級已引入三角學，介紹簡單的三角比，9 年級拓展 \sin 和 \cos 的角度至 $90 \sim 180$ 度，並使用 \sin 、 \cos 公式，10、11 年級進入三角函數、週期性與兩圖之關係 ($\sin x$ 與 $\sin 2x$) 反三角函數。如此逐

年教導，讓學生逐步吸收與接受；台灣則於 10 年級下學期才開始第一次接觸三角，在這一學期中一口氣列出三角函數的基本概念、性質及其應用。另外，翻閱其 8、9 年級教科書，此單元主要圍繞於 \sin 、 \cos 、 \tan 三項，與台灣明顯不同的特點是：新加坡大量例題與練習題不受限於特殊角度 30° 、 45° ，和 60° ，而是 180 度內的任意的角度，包含帶有一位小數的角度，從開始接觸便設計讓讓學生透過計算器充分體驗任意角度的問題。並進一步延伸至三維立體圖形，觀察直線與平面的夾角、給予邊長來找出角度等類似的三角問題。

5. 台灣於 7 年級提出指數運算，新加坡則到 9 年級才提出。
6. 新加坡於 11 年級提出使用小角逼近 (small-angle approximations)

$$\sin x \approx x, \cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2, \tan x \approx x, \text{ 台灣則無。}$$
7. 新加坡於 8 年級提出多項式的乘除，台灣則於 10 年級提出。
8. 台灣於 10 年級提出多項式綜合除法、代數基本定理、堪根定理，新加坡則無。
9. 台灣於 10 年級提出指數與對數互為反函數的意義以公式直接表達，不一定要提反函數這三個字，間接表達出反函數的概念；新加坡則於 11 年級直接提出反函數一詞，並以圖項說明一對一函數和其反函數之間的關係
10. 在函數與繪圖上，新加坡於 10 年級提出了解 $y = f(x)$ 和 $y = |f(x)|$ 之間的關係，使用平面上的轉換：反射、旋轉、平移、放大、縮減、延伸，與其合成，從圖形精確描述其轉換；台灣則無。11 年級詳細提出瞭解圖和代數方程式之間的關係，並特別熟悉以下形式的繪圖： $y = kx^n$ ， n 是正整數、負整數或簡單的有理數 $ax + by = c$ ， $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (圓錐曲線的幾何性質知識並不被要求)，亦要求描述函數圖形在平移、反射、比例上的變化，敘述方程式圖形的對稱性，曲線上點坐標的描述。台灣在這部分則無提出。

11. 方位辨識上，新加坡於 5 年級教導羅盤上的八個方向，9 年級教導方位 (bearings)；台灣只在 7 年級運用直角坐標系來標定位置。
12. 台灣於 10 年級開始提出複數與直角坐標，新加坡則於 11 年級才進入複數，在內容上新加坡特別提到用亞根圖 (Argand diagram) 呈現幾何上的複數。在複數與直角坐標 複數之極式 極坐標與棣美弗定理這些項目上，台灣於 10 年級提出，新加坡則於 11、12 年級提出。
13. 新加坡於 11 年級引入極坐標，台灣則無此項。
14. 新加坡於 10 年級引入二維向量，11 年級進入三維向量，探討其相關性質；台灣則於 11 年級才開始一起引入二維與三維向量。
15. 新加坡於 10 年級提出軌跡 (locus) 此一項目，內容為 (A) 二維中的點集 (i) 從一定點與固定的距離描繪出軌跡 (ii) 從一固定的直線與固定的距離描繪出軌跡 (iii) 描繪出與兩定點等距的軌跡 (B) 與兩相交直線等距的點集；台灣則無此項目。
16. 台灣於 12 年級有提到柯西不等式與算幾不等式，新加坡則無。
17. 新加坡於 10 年級有一軌跡 (locus) 單元，台灣則無。
18. 新加坡於 11 年級提出向量外積，台灣則無。

三、圖形與幾何

1. 描述物體的位置關係上，台灣於 1 年級教導學生描述某物在觀察者的前後、左右、上下及兩個物體的遠近位置；新加坡則無。
2. 新加坡在 5 年級有一鋪嵌 (Tessellations) 單元 (教導使用同一形狀的圖案重複排列，如地磚)，台灣則無。
3. 新加坡在 6 年級學習基本展開圖，台灣則在 8 年級才學習。
4. 對於外角一詞，新加坡於 5 年級先說明三角形外角，8 年級說明多邊形外角和；台灣則於 8 年級說明多邊形外角和定理時提及外角一詞。
5. 在「對稱」上，新加坡於 8 年級提及旋轉對稱；台灣則無。

6. 特殊三角形（如正三角形、等腰三角形）新加坡擺於 4 年級；台灣則擺於 8 年級。
7. 平面圖形全等的意義，台灣擺於 4 年級；新加坡則擺於 8 年級。
8. 平面圖形的放大、縮小對長度、角度與面積的影響，台灣擺於 6 年級；新加坡擺於 8 年級，不過新加坡增加了「反射、轉動」的說明。
9. 新加坡於 8 年級的畢氏定理上還有提出其逆定理，台灣則無。
10. 在幾何證明上，台灣於 8 年級提出能辨識一個敘述即其逆敘述間的不同，9 年級提出根據平行線截線性質作推理，理解三角形外心、內心和重心；新加坡則無提出。

四、集合與邏輯、排列組合與機率統計

1. 報讀統計圖上，台灣於 4 年級一起提出長條圖、折線圖、圓形圖等；新加坡則依序分散於 4、5、6 年級。
2. 繪製統計圖上，台灣則分散於 5 到 9 年級教導長條圖、折線圖、圓形圖、盒狀圖；新加坡於 7 年級一起教導數字圖表、點圖、長條圖、折線圖、圓形圖、莖葉圖、直方圖。
3. 新加坡於 10 年級使用集合語言與記號，並詳細列出，台灣則於 11 年級安排在機率與統計單元中提出集合簡介，未詳細列出。
4. 台灣於 11 年級提出遞迴關係數列，新加坡則無提出。
5. 在推論統計這部分台灣與新加坡均安排在 12 年級，相當不同的一點是新加坡範圍較廣且內容深入許多，如假設檢定與雙變量資料上。但是新加坡特別指明不教貝氏定理，台灣的統計授課內容雖然看起來項目較少，卻指明要教貝氏定理。

五、數學分析

1. 台灣於 10 年級提出數列、符號、等差與等比有限和、無窮等比級數極限，新加坡則於 11 年級提出。

2. 新加坡於 11 年級提出極限的概念,台灣則於 12 年級提出函數極限的意義
3. 新加坡明顯多台灣「微分方程」與「數值方法」這兩大內容,均擺於 12 年級教導,相當於台灣的大一上學期微積分程度。
4. 台灣於 12 年級有提出微積分基本定理與定積分之黎曼和估計,新加坡則無(但是有數值積分法)。
5. 新加坡於 11 年級有提到使用小角逼近、對一函數做馬克勞林級數展開,使用積分求平均值,使用代換積分法來做簡化與求值,當被積式被視為乘積時,使用部份積分來做積分;灣則無提到。
6. 新加坡數學分析絕大部分內容安排在 11 年級提出,台灣則於 12 年級。

4.3.2 評析

此一小節就以下項目來評析台灣與新加坡數學課程的特點。

● 主題分類

台灣九年一貫階段將數學內容分為「數與量、幾何、代數、統計與機率、連結」等五大主題,1 至 9 年級是一致的按照此五大主題分類。新加坡則配合其分流制度,不同階段有不同的分類:

【小學、初中】

新 加 坡	基礎階段 Foundation Stage	小一、小二	整數, 錢幣與測量, 統計, 幾何, 分數
		小三、小四	整數, 錢幣與測量, 統計, 幾何, 分數, 小數
	定向階段 Orientation Stage	小五、小六	整數, 錢幣與測量, 統計, 幾何, 分數, 小數, 平均、比率、速率, 比、比例, 百分率, 代數(代數是於小六才放入)
	Lower Secondary School	中一、中二	算術, 測量, 代數, 繪圖, 幾何, 統計, 三角, 問題解決

【高中】

	分類	主題
台灣	第一學年	數與坐標系、數列與級數、多項式、附錄（認識證明）、指數與對數、三角函數的基本概念、三角函數的性質與應用、附錄（函數的概念、餘切函數、正割函數和餘割函數的圖形）。
	第二學年	向量、空間中的直線與平面、圓與球面的方程式、圓錐曲線、排列組合、機率與統計（ ）。
	選修一	機率與統計（ ） 矩陣、不等式。
	選修二	多項式函數的極限與導數、導函數的應用、多項式函數的積分、附錄一（微積分基本定理） 附錄二（以牛頓法求整數開平方根的近似值）。
新加坡 9 2 3 3	純數學	函數和繪圖、部分分式、不等式，模函數（modulus function）、對數函數與指數函數、數列和級數、排列與組合、三角比、三角函數、微分、積分、向量、數學歸納法、複數、曲線之描繪、一階微分方程、數值分析。
	粒子力學	力與平衡、直線上物體的動力學、牛頓運動定律、能、功和力、在變力（variable force）下的線性運動、拋射物的運動、虎克定律、環形運動。
	機率與統計	機率、離散隨機變數、常態分配、樣本、隨機變數之線性結合、連續隨機變數、假設檢定。
新加坡 9 2 3 4	純數學	多項式和有理函數、極坐標、級數之和、進階數學歸納法、微分與積分、微分方程、複數、向量、矩陣與線性空間。
	力學	動量與推力、環形運動、共面力下物體的平衡、物體的旋轉、簡諧運動。
	統計	分配的進階計算、常態與 t-分配的推論、卡方檢定、雙變量資料。

● 四則運算

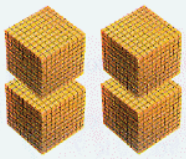
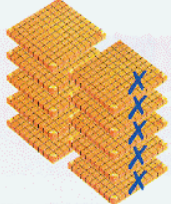


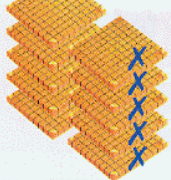
四則運算屬於「程序性知識」，新加坡綱要在設計與教學上有幾點和台灣明顯不同的地方，詳細討論於下：

1. 新加坡 1 到 5 年級藉由控制位數，格外細緻地安排整數、分數、小數的階段性運算學習。以整數部分為例來看其進展：小一是安排答案為 100 以內的加減，40 以內的乘法；小二是三位數以內的加減，2, 3, 4, 5, 10 等數字的乘除，並未一次說完所有數字的乘除；到了小三是四位數以內的加減，完整的提出 10×10 乘法表，三位數乘、除一位數；小四是四位數乘以一位數，三位數乘以兩位數，四位數除一位數或 10；小五是四位數乘、除以二位數。

從這一項也明顯觀察到新加坡所採用的「螺旋式」安排，此種教學設計的重點，在於轉回原地時，應提供相當有意義有高度的提升。人的學習過程並不總是直線前進，尤其是數學科，經常需要回顧，來回跳躍，舊有的經驗可以幫助我們學習新的事物，架構在這樣的基礎上可以提高學習的紮實性。因此新加坡數學綱要特別明顯強調在每個新的學習階段適度地重複前一階段內容，對於其它主題也有同樣安排。

2. 另一項特點：台灣、韓國、日本與中國大陸皆是使用 9×9 乘法表，新加坡和英國較特別，是使用 10×10 乘法表。
3. 新加坡在小一下學期就把加減乘除一起提出，小一的除法是配合圖像使用均分的概念來解說，正式引入「 \div 」符號是在 2 年級，在此開始發展乘除互逆的觀念；台灣則是在 2 年級才開始教導乘法，3 年級教導除法，明顯較新加坡慢。
4. 直式算法的引入，台灣綱要則於 2 年級的加減乘就列出，新加坡綱要中並沒有特別提到「直式計算」一詞，翻閱其教科書，發現是在 3 年級才一起出現四則的直式運算。
5. 對於四則運算的教學，新加坡有一項很大的特色是運用圖像來輔助教導數學符號的抽象概念，所有的加減乘除例題都配合著圖示說明，先將「個、十、

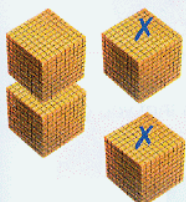
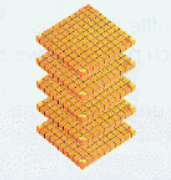


百、千」各位置區隔出來，並將各位置所代表的數字以立體方塊個數來表示，在計算過程中配合著圖示將方塊做位置的橫向流動，讓學生更具體的體會如數字進位的類似變化。在 4 年級的小數運算上亦運用了同樣的方法，這一點也是值得我們學習與參考的教學方式。擷取教材中之例題如下圖所示：

Thousands	Hundreds	Tens	Ones
			
			

Then subtract the **hundreds**.

$$\begin{array}{r} 45^{\text{th}} 10^{\text{th}} 34^{\text{th}} 16 \\ - 2598 \\ \hline 548 \end{array}$$

10 hundreds - 5 hundreds = 5 hundreds





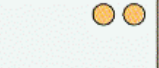

Thousands	Hundreds	Tens	Ones
			

Lastly, subtract the **thousands**.

$$\begin{array}{r} 45^{\text{th}} 10^{\text{th}} 34^{\text{th}} 16 \\ - 2598 \\ \hline 2548 \end{array}$$


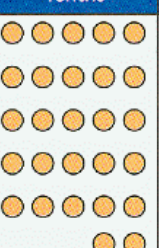

4 thousands - 2 thousands = 2 thousands

取自 Math-3A

Ones	Tenths	Hundredths
		
		

First divide the **ones** by 5.
 $7 \text{ ones} \div 5 = 1 \text{ one R } 2 \text{ ones}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5 \overline{) 7.75} \\ \underline{5} \\ 2 \end{array}$$

Ones	Tenths	Hundredths
		

Regroup the remainder
 2 ones to 20 tenths:
 2 ones 7 tenths = 27 tenths

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5 \overline{) 7.75} \\ \underline{5} \\ 27 \end{array}$$

取自 Math-4B

- 幾何圖形

幾何這部份韓國、日本與中國大陸有共同的特色，皆先從認識立體圖形開始，3、4年級介紹平面，5、6年級再回到立體。這種安排可以想像其合理性，因為人眼睛直接看到與接觸到的東西都是立體的，要介紹平面反而還隔一層。但新加坡並未這樣安排，一開始就按照邏輯性的先安排基本的平面圖形，如長方形、正方形、三角形跟圓。台灣則在一年級同時介紹平面與立體圖形。在圖形介紹中，值得一提的是有不少國家在早期只談四邊形或四角形，沒有明確的區分正方形和長方形，到後期才作區分。而台灣與新加坡一開始就已區分出來。

新加坡2年級有一特色，在分數主題裡已教導「等分」，幾何上接著將此概念融入圓形圖內，特別提出半圓和四分之一圓。

- 樣式

新加坡與韓國小一就開始讓學生認「樣式」，新加坡是單純用圖形、顏色與大小等屬性來介紹，韓國則多加了「數」這一項。對於尚未非常熟練「數」的小一學生來說，新加坡的安排看來更為適當。2年級則提高了複雜性，增加「方向性」，並同時使用任兩個屬性來做訓練。中國大陸與日本則是在中年級才開始學習樣式；台灣則無特別提出（前一版的暫行綱要中有，後來刪除了）。

- 分數與小數

新加坡的分數是從小二開始教，進展速度緩慢。2年級內容為等分、同分母分數的比較與排序；3年級內容為了解相等的分數，也就是基本的擴分與約分，異分母的比較與排序；4年級內容為同分母分數的加減，分數乘以整數；5年級為更複雜的加減乘運算，並引入分數除以整數，此安排也同樣是一層一層的螺旋設計。台灣明顯不同之處是小二已開始同分母的加減運算，較早進入分數的計算，而分數的四則混合計算則是在小六才完成。

至於新加坡的小數，是從小四才開始，進展速度較快速，一開始就安排三位小數；台灣則是小三先接觸一位小數，小四再進入二、三位小數。新加坡綱要在內容安排上顯示出學習效率，於小數前的計算內容鋪陳恰當，讓學生的學習速度

增加，小四第一次接觸小數就到達三位，同時談到估算。台灣以往的暫行綱要較不注重學習技巧，我們都知道學習技巧不可太過強調，但若太過壓抑則會降低整體的學習效果。

在這課題中另一項值得注意的是台灣於小六列出了除數為小數或分數的計算，如何使用一個具體情境來清楚表明除數是分數或小數的意思，在教學上對教師是一大考驗。新加坡卻不費力氣在小學教導這一項，而是安排在 7 年級解方程式的時機才引出，如求解 $\frac{1}{2}x+5=x-\frac{1}{3}$ ， $2+0.6x=2x$ 。這是一個形式化的工作，就學習的歷程來談，這樣的處理方式是較自然的，其目的就是為了求解方程式，不需絞盡腦汁在小學階段說明其動機。這是非常值得我們參考的一項課程編排設計。

- 面積計算

台灣在面積計算與單位換算上安排於 2 年級至 5 年級，新加坡則是於 3 年級一次講完。從這點值得我們思索，其實「面積計算」這是一個單一概念，不需使用到螺旋式，而台灣各年級安排的差異點在於「單位」間的換算，其實都是同樣只用到了面積計算的概念，沒有深度上的增加。

- 時間

關於「時間」的教學安排台灣與新加坡大致相同，差異較明顯的是在「24 小時制與 12 小時制的轉換計算」上。台灣較早學習，放在 3 年級，新加坡則在 6 年級。

- 圓周率

對於 p 的使用，日本人在教科書編排上曾爭議要使用 3 還是 3.14，台灣則明確使用 3.14。新加坡很特別，直接使用有理數 $\frac{22}{7}$ 來表示 p ，這是阿基米得的估計，也是祖沖之的「疏率」。我們都知道這個歷史，卻沒有想到可以放到教材裡面，這一點也值得我們參考。

- 統計

新加坡與我們相同的是小一都有統計，不同的是台灣只要求學生做初步的分類與表格製作與說明，而新加坡除了分類與表格製造外，更進一步明確要求讀懂並解釋圖表，是項更有意義的學習，值得我們參考。

- 配合分流制度的綱要設計

依照新加坡的教育制度，小四結束後開始分流，依學生的成績表現做能力分班（分為 EM1、EM2 與 EM3）。因此 5、6 年級的數學綱要分為兩份，EM1/EM2 的學生使用同一份，EM3 則使用較簡單的一份；中一和中二則分 Spacial/Express、Normal Academic 與 Normal Technical 三種能力分流。EM3 的數學課程，在 5 年級幾乎是複習前面所學，6 年級一樣安排新進度，但相較之下內容較少，新加坡的確落實了「因材施教」的理念，能力強的人給其發展空間，能力較弱的人不則單純要求基礎知識的學習。換個角度想想，這也是一種層次的社會關懷。

- 計算器

新加坡和其他國家一樣，初中一年級開始使用計算器，不同的是明確強調使用「科學計算器」：必須要有平方根、三次方根、指數、對數、三角與反三角函數的計算功能。在使用上，新加坡與英國類似，指出了學習指導要領，包含兩件事：1. 學生要有能力從計算器算出的真確答案，用自己的估算能力來估計答案是否合理。綱要中明確舉例，如 47600 除以 85 應為六百多，而不會是六千多。學生應該要有判斷的能力，而不是單純的「按」計算機。2. 學生要能根據目前的狀況自己決定大概在第幾位取一個概數。舉例像談汽車的速率，若要計算到小數點以下第五位就太荒唐了。此兩項具體說明的指導要領值得參考。

- 操作幾何之計算機輔助教學

新加坡要求學會作圖，平面或立體圖形的翻轉、平移、旋轉、放大縮小與對稱軸，這些學習配合計算機更有效率地呈現，亦落實將 IT 帶到教學過程中，另一方面值得我們思考的，是把這種較屬於動態與操作的幾何放在數學課程裏面，更大的意義與價值是讓學生做好準備，因為將來若接觸到 3D、立體的電腦繪圖、設計

軟體，便需要在電腦的平面螢幕上創造立體的結構模型，此刻就使用了大量的上述幾何概念，這種幾何知識的準備，已超出了為數學或物理學習來做準備的目的，還為了一個特殊的、或許將來很需要的計算機技能：3D 操作或特殊動畫的設計與製作，台灣在這方面的幾何訓練安排較少。

- 無理數

新加坡於 7 年級提出無理數，可見此時已完成了實數系統，11 年級提出複數；台灣則在 10 年級才出現無理數，也在同一年學習複數。

- 方程式

台灣於 7 年級同時提出一元一次與二元一次方程式，並發展到求解聯立式，採速戰速決式，與其他國家明顯不同。新加坡、韓國、中國大陸與日本均是依次安排於 7 到 9 年級。6 年級學生剛起步學完未知數、變數及簡單的代數式，7 年級學生是否的確具備足夠的能力與思維，一口氣接受一元一次與二元一次方程式，甚至到達解聯立方程式階段，在學習上是否會造成學生的沉重的負擔，是我們需要謹慎思索的地方。

- 數列

新加坡 8 年級談到數列，是其他國家在 8 年級都還沒談到。要求學生寫得出數列的一般式。這項目放置於方程式、甚至是函數以後，可想是合理的事情，因為數列其實就是一個以正整數為定義域的函數，他們在前頭已經學了不少關於「樣式」的認識，此刻前置經驗已經足夠，所以在 8 年級可以到達這個程度。先認識數列，使得其未來要學極限和級數有更多的準備，這也是新加坡螺旋式的設計之一。

- 多項式分解與合成

有趣的是各國在其綱要都有列出幾條多項式的分解或合成公式，新加坡列了兩條，日本列四條，中國大陸列四條，韓國列六條。受比較的各國在因式分解上的著墨似乎沒有台灣多，就算有提到公因式與公倍式，大部分也沒有提到最高公因式和最低公倍式，當然也就沒有多項式的輾轉相除法了。

- **教學深度**

在其綱要的 Remark 欄位均會特別列出教學的範圍，讓教師清楚須教到何種程度停止。例如新加坡在 8 年級有限度地談到有理函數，所謂有限度是指分子為「一次式、分母為常數」或「分子為常數、分母為一次式」。又例如在相似與全等上，要求學生辨認出什麼樣的圖形是相似或全等，亦明白地說出不在 8 年級講 AAA、SAS 那樣的判斷方法，9 年級才提出。

同樣一個思維哲學，新加坡列了畢氏定理，甚至於提出畢氏定理的逆定理，很少國家專門談到這件事，但也明白說了不須證明，而是要求給邊學生能求出角的值，給角能求出邊。

由以上內容實際觀察到新加坡在設計綱要時，會給予一個明確的教學尺度，讓大家更明確地按照綱要教學。

- **新加坡中學數學綱要的 Normal Academic 與 Normal Technical 分流設計**

以上所談皆為新加坡中學數學綱要 Spacial/Express 部分，至於 Normal Academic 之內容，相較之下則減少一些，如三角、指數、解一次多項式方程式等。但是增加了財務數學，單利與複利的計算，放入這一級學生較實用的教材。Normal Technical 內容又更少，拿掉全等、相似、作圖，學習進度也較慢，多了娛樂數學，其所指的並不是真的數學形式的題目，而是如謎題之類的數學遊戲。

- **高中主題分類**

在高中階段，台灣的教學主要以學年做規劃，清楚標示出各年級教學主題。而新加坡使用的是考試標準，內容則無詳細解說各項目歸屬哪 1 年級，在課程安排上依不同的教材、不同的學校有所差異，以公立學校 Meridian Junior College（兩年制）為例，其規劃是將純數學安排於 11 年級，力學與機率統計部分安排於 12 年級。

再仔細端詳其內容，新加坡 9234 這份進階數學考試標準在深度與廣度上超越台灣同年級許多，因其承襲英國菁英式教育，在綱要編排上大膽地放入大學數學，讓優異的前段學生可於具有深度的數學選修課程中盡其發揮，且修業年較英

國縮短一年，而學習程度已達台灣一般大學 1 年級數學基礎課程水準。整體來看，在高中綱要部分新加坡足足領先台灣一年之多。

● 力學植入數學課程中

在新加坡 A 級考試的三份標準中很明顯觀察到，理組學生的數學課程較文組學生多了物理中力學這一部分。翻閱其教科書，力學的確是置於其中的正式單元，這也是與台灣很大不同的一點。台灣把物理和數學兩科完全區隔開，只有在少部分應用問題中呈現物理現象，新加坡則在力學這一單元充分讓學生運用數學課程所學來解決物理問題。如利用三角、向量、極限的概念、微分與積分，計算物體運動的相關問題、功與能、質量中心等等。許多工程與科學的確難與數學分離，力學中的一部分則展現了微積分上漂亮的應用。這是英國數學教育的傳統，新加坡繼承此傳統。可見在教師能力上，新加坡高中數學教師除了本身領域外，亦須具備有物理基礎，特別是力學。

● 高中課時

台灣於 10、11 年級必修課程安排每週四節數學，12 年級安排每週三節數學選修課程。以公立學校 Meridian Junior College (兩年制) 為例，新加坡文組高中學生之選修數學為每週三節正課 (lectures)、三節演習 (tutorials); 理組學生必修數學為三節正課、三節演習，選修數學為三節正課、三節演習，一週最多高達十二節，為台灣的三、四倍，對照新加坡綱要，內容之深度與廣度的確需要大量的課程節數來配合，就同一所學校與其他科目做橫向比較，物理為每週三節正課、二節演習、二節演練，化學為每週三節正課、二節演習、一節演練。由此可觀察到加修選修數學的學生，其數學上課節數將近是其他理科節數的兩倍。

● 圓錐曲線

台灣在 11 年級有圓錐曲線這一單元，但觀察新加坡的綱要卻訝異地發現他們完全沒有放置此類傳統的解析幾何 (如橢圓、雙曲線、拋物線等方程及性質)，這一點？得我們深入探究。

- 核心科目

台灣與新加坡有許多相似之處，同為海島型國家，且以對外貿易為主要收入。而近幾年來新加坡政府早已強烈意識到，在國家本身自然資源貧脊的不利條件下，其所能倚靠的最大資本也只有優質與豐富的智力資源，而它的開發、培植與提昇則需仰賴教育的努力及貢獻。因此新加坡對於發展人力資源的教育工作總是不餘遺力、有遠見地規劃與投資（陳嘉彌、楊承謙，2001），特別是在攸關國民素質的基礎教育上，更用心地去籌畫。中小學階段極重視「本國語文、外國語文與數學」等核心知識。就數學領域來看，新加坡各級學校所安排的課程時數均高於台灣，高中階段尤為明顯，可高達台灣的二倍以上，由此可看出新加坡重視「數學」課程之程度。

第 5 章 結論與建議

綜合前兩章對於兩國教育制度及數學課程的描述、解釋、並列、比較與評析，歸納出「制度與規劃」及「綱要內容」層面上各項之結論與建議如下。

一、 制度與規劃

● 課程發展部門

新加坡政府設有常駐的課程發展部門，每十年修訂一次課程綱要 (syllabus) 及教科書；台灣則無常駐的部門或委員會長期負責綱要修訂。可以學習新加坡，明確的設置一個部門專門負責綱要的修訂，並做長期實施與教學上的監控，才能擁有較為一貫性的整體規劃。

● 國民教育與課程設計

台灣國民教育是九年，新加坡是十年。台灣綱要所擬定的基礎共同必修是 1 到 11 年級；新加坡是 1 到 8 年級，9 年級就開始依專業選修。

● 十二年一貫課程

台灣目前正朝向十二年一貫的課程規劃，而新加坡則尚未有此動向。

● 教材

新加坡教育部列出經審批過的課本及輔助材料，以助校長、科主任、高級學科教師及學科統籌人選擇合適的課本。經審批過的課本包括了由出版商發行的課本，和由新加坡教育部屬下的課程發展處所出版的課本。教材是核准坊間商業機構編製，開放教師自選教材，與台灣是類似的情況。

● 資訊科技

台灣九年一貫課程綱要的實施要點裡，有提到電腦與電算器的使用，高中暫行綱要更明確指出教師應以電腦協助課程的進行；新加坡在綱要前頭內容描述中亦強調資訊科技 (IT) 的應用，較特別的是明確強調在教學中使用「科學計算器」，必須要有平方根、三次方根、指數、對數、三角與反三角函數的功能，而 GCE

考試是允許學生攜帶計算器入場考試的。

新加坡對於資訊科技融入教育在數學綱要中無詳列說明，這很可能就是因為新加坡另外進行著 MP1 與 MP2 教育資訊化之計畫，許多的規劃是在這項計畫中具體說明，包含了實施的目標、軟體與課程目標的匹配、資訊技術的引入、學校基礎設施、教師的訓練等等。在新加坡政府徹底的執行下，這幾年都已陸續展現其成果。

● 高中階段之綱要

新加坡科目代碼 9233 為一般數學考試綱要，9234 為進階數學考試綱要。本文主要以 9233 綱要與台灣高中暫綱進行對照，而 9234 綱要在深度與廣度上超越台灣許多，在綱要設計上大膽的放入大學數學，讓優異的前段學生可於具有深度的數學選修課程中盡其發揮，學習程度已達台灣一般大學 1 年級數學基礎課程水準，整體來看，在高中綱要部分新加坡足足領先台灣許多。

二、 綱要內容

● 能力指標與說明

台灣九年一貫課程綱要主要以「能力指標」的方式來編寫，並依階段與年級條例能力指標與細目，附錄一是針對五大主題作詳細說明，附錄二則是分年細目的詮釋，針對每一細目做具體說明與舉例，目的在釐清細目的意義；新加坡綱要則不是以指標的方式編寫，亦沒有對綱要所提出的各項目做到像台灣般的詳細說明，而是以簡要的方式說明，較特別的是另有備註（Remark）欄，在這一欄位會列出「不教」的項目與範圍，讓教師清楚需教到何種程度就可停止，給予了明確的教學尺度。

● 綱要的階段劃分

台灣九年一貫課程綱要所分的學習階段系參照各領域的知識結構與學習心理之連續發展原則而劃分，依據皮亞傑的理論，其四階段學習方式依序是具體操作、

具體表徵、類化具體表徵、符號表徵，其中第三階段的 6、7 年級學生正逐漸從具體運思到形式運思的過度期，學生的數學思維特徵，正處於算術運算逐漸過渡到學習使用符號表徵、代數運算等代數想法來解題，不但要做單元間的橫向連結，更要做觀念上由具體「量」到抽象「數」，由「算數思維」發展到「代數思維」的縱向連結（鍾靜，2003；高新建，2004）。新加坡則是依照其分流規劃而顯示出階段性，雖與台灣之階段有小差異，但大致上看來是差不多的。

- **配合分流制度的綱要設計**

新加坡由於菁英政策之實施，小學 5、6 年級與中學四（或五）年的數學課程綱要亦隨分流制度，為學生規劃不同深度、不同目的、甚至不同主題的綱要；台灣則無如此細緻的設計，儘管高三開始有分流的實施，但在綱要規劃上並沒有因分流而設計不同的綱要，只是配合選修制度讓學生「修」或「不修」，新加坡在高中階段的實施情形則是和台灣一樣了。

- **後設認知能力**

新加坡數學課程的框架中包含了觀念、技能、程序、態度與後設認知，其中的「後設認知」這一項務實地明確定義其所指的三項行為。為順應當前社會需要，除了傳統基本能力的訓練外，台灣同樣應該加強培養學生後設認知能力，思考「如何思考」和學習「如何學習」。

- **數學解題的對象**

新加坡綱要中將解題分為三個層次，包括基本例行的、非例行的與開放的問題，實際觀察教科書的確是如此，中學之後尤為明顯，在每一章最後額外補充一、二頁極具趣味與挑戰的數學題，為能力較高的同學提供更廣泛的自我訓練空間，但這部分是不列入考試形式範圍內的。相較之下，台灣在綱要與教科書安排上較為保守，大部分是以基礎的訓練為主，頂多到達新加坡的第二層次，第三層次的訓練似乎只能在仿間的課外參考書籍才會接觸到了，這一點我們可以參考新加坡的安排，除了傳統的訓練外，是否也該放置更多樣性與趣味性的數學思考題，讓優異的學生擁有更進一步的挑戰天地。

- **計算能力**

九年一貫課程綱要較前一版的暫行綱要更強調熟練數學的運算與計算，認為概念性知識（理解）與程序性知識（計算）一樣重要，期盼學生在能夠理解數學概念或演算規則的情況下，進行純熟的操作；這理念在新加坡小學階段更為明顯，由於其重心就是在訓練學生的基本計算能力，因此觀察到四則運算的安排較台灣細緻。在內容安排上，兩國均採取螺旋式，新加坡也因為安排較細緻，螺旋式也隨之較明顯。

- **心算能力**

台灣與新加坡在綱要中均提出心算能力的訓練，如台灣在 2 年級開始鼓勵學生心算演練，3 年級具體期盼學生能流利地應用心算來計算連加的直式計算，這種能力能讓學生對數字的內在邏輯有較流暢的感覺，而這種流暢感的回饋則可增強學生的自信心；新加坡同樣在基礎計算訓練的同時明確要求學生做簡單的心算，以期達到自動化地執行算術及代數程序。

- **估算能力**

台灣與新加坡均強調學生在計算與驗算的過程中，學習透過估算能力對不合理答案做剔除的動作，並能判斷應用問題對答案精確度的要求，藉由過去的解題經驗，發展正確的估算策略。

- **坐標幾何**

新加坡在 5 年級教導羅盤上的八個方向，應用於實際生活中，也作為直角坐標與極坐標的鋪陳；台灣小學則未談及。

- **統計**

台灣在小一只要求學生做初步的分類與表格製作與說明，而新加坡除了分類與表格製造外，更進一步明確要求讀懂並解釋圖表，是項更有意義的學習，值得我們參考。到了高中階段，就更明顯地觀察出兩國的差異，同樣皆安排在 12 年級學習，但新加坡的內容較廣也較深，相當重視學生統計方面的學習。

- 位值概念

新加坡在小二學習 2, 3, 4, 5, 10 等數字的乘法，其中的 10 重點在於導引學生對數字上位值的概念，台灣的課程沒有刻意安排如此的訓練，在這方面的鋪陳與準備顯得較少，我們可以參考新加坡的作法，加強位值概念上的訓練。

- 運用圖像來輔助教學

新加坡在整數與小數的四則運算教學上，極力善用圖像來輔助教導數學符號的抽象概念，教材中所有的例題都配合著圖示說明，讓學生更具體地從圖像中體會，這一點是值得我們學習與參考的教學模式。

- 樣式 (Pattern)

新加坡小一開始特別列出「樣式」這一單元，利用圖形、顏色、大小與方向等屬性來訓練學生的思維，韓國小一同樣有這樣的安排，日本與中國大陸是在中年級談。可見大部分國家皆特別教導這一單元，台灣綱要中則無，值得我們深入探討。

- 除數為分數或小數的引入

台灣在 6 年級學習除數是小數或分數的計算，新加坡則是安排在 7 年級解方程式的層次才引出，這是一個形式化的工作，就學習歷程來談是一個非常自然的過程，其目的就是為了求解方程式。觀看台灣教學現場狀況，大部分教師認為這一單元的教學是一大考驗，絞盡腦汁也難以用具體情境向小學生表明其意涵，只能單純讓學生學到分數計算上的「技術」層面，台灣綱亦要說明其用意主要是要讓小六生熟練此計算，但就學習歷程來看似乎顯得不太自然，因此建議參考新加坡的編排設計。

- 圓周率

對於圓周率 p 的使用，台灣是使用 3.14 來表示，新加坡很特別，是使用 $\frac{22}{7}$ 來表示，這是阿基米得的估計，也是祖沖之的「疏率」。我們都知道這個歷史，卻沒有想到可以放到教材裡面，這一點也值得我們參考。

- **展開圖**

台灣在 8 年級安排立體圖形的展開圖，新加坡、韓國與日本均是安排在 6 年級，因此建議台灣可以將這主題的安排提早。

- **幾何**

台灣在 1 年級同時介紹平面與立體圖形，新加坡則是按照邏輯性分年級安排，先介紹平面圖形後才進入立體圖形。兩國相同的特色是在早期就已區分正方形和長方形，額外觀察其他國家如韓國、日本及中國大陸，他們早期並未區分，通稱四邊形或四角形。

另外，新加坡特別訓練學生對圖形的翻轉、平移、旋轉、放大與縮小等能力，英國與中國大陸同樣有此內容，這種幾何知識的準備，有利於將來電腦軟體上的 3D 操作或特殊動畫的設計與製作，台灣在這方面的訓練則較少，建議增加這種結構模型上的思維訓練。

- **因式分解**

新加坡對多項式做因式分解的次數主要為三次以下，而台灣在高中並未明確規範，容易在教學上有過度的延伸與技巧性的刁鑽，建議給予更明確的教學尺度。

- **有理函數**

觀察新加坡、日本與韓國皆有有理函數的介紹，台灣則沒有，應重新探討是否應加入這項的學習。

- **三角比與三角函數**

新加坡在 8 年級就引入三角學，先介紹簡單的三角比，並逐年拓展三角的教學至 11 年級，一共花了四年的時間來鋪陳；台灣則於 10 年級下學期一口氣介紹三角函數的概念、性質與應用，顯得較為匆促，應參考新加坡的階段性循序安排。

- **函數的操作**

新加坡在 10、11 年級陸續教導合成函數與反函數；台灣則沒有明確的要求，雖然在 10 年級指數與對數的單元有提及互為反函數的意義，卻是要求教師以公式直接表達，不一定要提反函數三個字。我們都知道函數的學習需經歷函數的操作

才完整，因此建議加入。

- **圓錐曲線**

台灣在 11 年級有圓錐曲線這一單元，但新加坡是完全沒有放置此類傳統的解析幾何（如橢圓、雙曲線、拋物線等方程及性質），這單元的必要性？得我們深入探究。

- **力學植入數學課程中**

此安排不禁讓我們產生些許反思，高中階段的學習過程中，對於理工科學生，在數學或物理，甚或其他學科領域上，難免出現讓學生背得頭破血流的公式，是種額外的沉重負荷。其實有部分情況，只要配合微積分所學，解決過程就可「執簡馭繁」，穿越表象掌握本質，也讓學生實際體會數學的應用與其重要性

- **數學分析**

新加坡數學分析絕大部分內容安排在 11 年級提出，台灣則於 12 年級，整體來看，其進展較台灣快一年。其中較特別的是新加坡明顯多台灣「微分方程」與「數值方法」這兩大內容，均擺於 12 年級教導，已相當於台灣的大一學生程度。

參考文獻

中文部分

- 丁志權 (1999)。《中美英三國教育經費財源與分配制度之比較研究》。台北：師大。
- 王文科 (1999)。《教育研究法》。台北：五南。
- 王如哲 (1999)。《比較教育》。台北：五南。
- 李? 吟，單文經 (1997)。《教學原理》。台北：遠流。
- 沈珊珊 (1999)。新加坡的升學制度。《教育研究資訊》，第 7 卷第 6 期。
- 沈珊珊，黃政傑 (2003)。《國際比較教育學》。台北：正中。
- 林清山譯 (1997)。《教育心理學》。台北：遠流。
- 洪雯柔 (2000)。《貝瑞岱比較教育研就方法之探析》。台北：揚智文化。
- 吳文侃，楊漢清 (2000)。《比較教育學》。台北：五南。
- 吳德邦 (1984)。《我國與美國波士頓市小學數學課程比較研究》。國立台灣師範大學數學系碩士論文。
- 香港大學 (1999)。《香港與亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較》。育署委託香港大學研究
- 徐南號譯 (1991)。《比較教育學》。台北：水牛。
- 徐啟源 (2002)。《中英美澳四國小學科技教育課程之比較研究》。國立台中師範學院國教所碩士論文。
- 黃毅英、黃家鳴 (1997)。十地區數學教育課程標準。《數學傳播》82 期，28-44。
- 秦夢群 (2001)。新加坡留學教育政策之分析。《教育資料與研究》，第 39 期。
- 高新建 (2004)。《課程綱要實施檢討與展望 (下)》。台北：師大。
- 許慧伶 (2003)。新加坡的雙與政策與英語教育。《英語教學》，第 27 卷第四期，36-37。
- 郭玉生 (1994)。《高級中學學生成績評量方式之研究》。教育部中教司。

楊思偉，王如哲（2004）。《比較教育》。台北：空大。

教育部（2003）。《國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域》。台北：教育部。

教育部（2004）。《高中數學暫行綱要》。台北：教育部。

國科會（2004）。《國際數學與科學教育成就趨勢調查結果》。

陳嘉彌，楊承謙（2001）。新加坡與台灣國民教育比較分析之初探。《教育研究月刊》，第84期。

英文部分

Curriculum Planning and Development Division of Singapore (2004) . *Primary Mathematics 6A-6B*. Singapore : Federal.

H. K. Fong & Chelvi Ramakrishnan (2004) . *Maths 1A-5B*. Singapore : Federal.

Judith E Aitker(2000) . *In Time for the Future - A Comparative Study of Mathematics and Science Education*. New Zealand : The Education Review Office.

Moe of Singapore (2003) *Education statistics digest*.
<http://www.moe.gov.sg/esd/ESD2003.pdf>

Moe of Singapore (2001) *Primary Mathematics Syllabus*.
<http://www.moe.gov.sg/cpdd/syllabuses.htm#SCIENCES>

Moe of Singapore (2001) *Lower Secondary Mathematics Syllabus*.
<http://www.moe.gov.sg/cpdd/syllabuses.htm#SCIENCES>

Moe of Singapore (2005) *GCE Mathematics O Level Syllabus*.
<http://www.seab.gov.sg/>

Moe of Singapore (2005) *GCE Mathematics A Level Syllabus*.
<http://www.seab.gov.sg/>

Scientific and Cultural Organization (1996), *Learning: The Treasure Within - Report*

to UNESCO of the International Commission.

Y. M. Chow & C. J. Koh (2001) . *College Mathematics Syllabus C*.Singapore :

Pan Pacific

Y. P. Lee & L. H. Fan (2005) . *Mathematics1-4*. Singapore : Shinglee.

Singapore, Ministry of Education, "School Information Service"

<http://www2.moe.edu.sg/schinfo/>

Singapore,Anderson primary school, <http://schools.moe.edu.sg/andersonps/>

timetable : <http://schools.moe.edu.sg/andersonps/p1.htm>

Singapore,Chua Chu Kang Primary School, <http://www.cckps.moe.edu.sg/>

timetable : <http://www.cckps.moe.edu.sg/class/>

Singapore,Paya lebar methodist girl's school (secondary),

<http://www.plmgss.moe.edu.sg/webpage/index.htm>

timetable : <http://www.plmgss.moe.edu.sg/webpage/pltable2004-3/main.htm>

Singapore, Meridian Junior College, <http://www.mjc.moe.edu.sg/>

附錄一、數與量

台灣綱要			新加坡綱要			
項目	年級	內容	年級	內容		
整數	正整數	1	100 以內的數 (N-1-01)	1	100 以內的數 (P1-N-1)	
		2	1000 以內的數 (N-1-01)	2	1000 以內的數 (P2-N-1)	
		3	10000 以內的數 (N-1-01)	3	10000 以內的數 (P3-N-1)	
		4	億、兆 (N-1-01)	4	十萬以內的數 (P4-N-1)	
	5	千萬以內的數 (P5-N-1)				
	大小與順序	1	能運用數表達多少、大小、順序 (N-1-01)	1	基數和序數 比較和排序 (P1-N-2)	
		2	能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識遞移律 (N-1-01)	7	$=$ 、 \neq 、 $>$ 、 $<$ 、 \geq 、 \leq 能正確的使用以上符號(包含數線的使用) (S1-A-1)	
	負數	7	能以正、負表徵生活中相對的量，並認識負數是性質(方向、盈虧)的相反 (N-3-08)	7	操作正數、負數、和零，包含在數線上排序 (S1-A-11)	
	四則運算	1	能理解加減法的意義，解決生活中的問題(N-1-02)	1	說明加減的意義 100 以內的加減 完成二位數對個位 十位的加減心算 (P1-N-4)	
		2	能熟練二位數加減直式計算 (N-1-02、N-1-05)	2	三位數以下之加減計算 完成三位數對個位、十位、百位的加減心算 (P2-N-2)	
		2	能理解乘法的意義，使用 \times = 作橫式紀錄，並解決生活中的問題 (N-1-03)	1	說明乘法的意義 相乘後不大於 40 (P1-N-5)	

一、數與量(8-1)

整數	四則運算	2	能理解九九乘法 (N-1-06)	2	數字為 2、3、4、5、10 欄位的 乘法表 (P2-N-3)
				3	10*10 乘法表 (P3-N-3)
		3	能熟練加減直式計算 (四 位數以內, 和 < 10000, 含 多重借位) (N-1-02、 N-1-05)	3	四位數以下之加減計算 完成兩位數的加減心算 (P3-N-3)
		3	能理解除法的意義, 運用 \div = 作橫式紀錄(包括有 餘數的情況), 並解決生活 中的問題。(N-1-04)	1	使用除法符號 相除後不大於 20 (P1-N-5)
		3	能熟練三位數乘以一位數 的直式計算, 並解決二位 數乘以二位數的乘法問 題。 能熟練三位數除以一位數 的直式計算 (N-1-03、N-1-04、 N-1-07)	4	三位數乘/除以一位數的計算 (P3-N-4)
					四位數乘/除以一位數的計算 (P4-N-4)
	5			三位數乘以二位數的計算 (P4-N-5)	
		5	四位數乘/除以二位數的計算 (P5-N-3)		
	7	能理解負數的特性並熟練 數(含小數、分數)的四 則運算(N-3-11)	7	小數 分數的四則運算(S1-A-2)	
	奇數 偶數			3	判別奇數與偶數 (P3-N-5)
	因數 倍數	5	能理解因數、倍數、公因 數與公倍數。 (N-2-04)	4	因數與倍數 (P4-N-3)
				7	使用公因數、公倍數 (S1-A-1)
	質數	6	能認識質數、合數, 並做 質因數分解 (N-3-01)	7	使用質數 (S1-A-1)
		10	輾轉相除法		

一、數與量(8-2)

整數	10	數學歸納法	11	了解藉由歸納法完成證明的步驟。 使用數學歸納法來建立一給定的結果，如有限級數之和，第 n 次微分的形式。(33-P-1)		
			11	進階數學歸納法： 在少數的實驗之後，推測一般結果並用歸納法證明。例如 xe^x 的 n 階導函數。(34-P-4)		
有理數	小數	3	認識一位小數，並學習一位小數（整數兩位）的加減直式計算（N-1-10）	7	判別有理數和無理數（S1-A-11）	
				4	認識 3 位小數（P4-D-1） 小數的比較及排序（P4-D-2）	
		4	認識 2、3 位小數及其四則運算（N-2-10）	4	二位小數的加減運算（P4-D-3） 二位小數乘 / 除一位整數（P4-D-4）	
				4	同分母加減運算（P4-F-1）	
		分數	2	同分母加減運算（分母小於 12）（N-1-09）	4	真分數與整數的乘積（P4-F-2） 假分數與帶分數的互換（P4-F-3）
			4	假分數的整數倍計算，但不作帶分數的整數倍計算（N-2-07）	4	辨認、說出等值分數，並學習從給予的分數中列出等值分數（分母不大於 12）（P3-F-1）
	4		等值分數、約分、擴分的意義（N-2-08）	3	比較與排序不等的分數（分母不大於 12）（P3-F-2）	
	5		異分母的比較與加減（N-2-09）	3	分數與小數的互換（P4-D-5）	
	5		能做分數與小數的互換，並標記在數線上（N-2-13）	4	分數與小數的互換並做比較與排序（S1-A-2）	

一、數與量(8-3)

有理數	分數	5	能認識比率及其在生活中的應用(含百分率、折)。(N-2-14)	5	小數、分數和百分率的轉換(P5-P-1)
				6	表達百分率(給予兩數量)(P6-P-1)
				7	百分率和小數、分數的轉換(S1-A-9)
	科學記號	7	能用以十為底的指數表達大數或小數(包括日常生活長度、重量、容積等單位,如奈米、微米、公分或厘米、公尺或米、) (N-3-13)	8	使用標準形式 $A \times 10^n$, n 為正、負整數且 $1 \leq A < 10$ (S2-A-2)
	比例	6 7	比、比值、正比、反比(N-3-05)	5	說明 $a : b$ $a : b : c$ (P5-R-1)
				6	比與分數的互換 比、正比(P6-R-1)
				7	比、正比、反比(S1-A-8)
量與實測	速率	6	能理解速度的概念與應用,認識速度的普遍單位及換算,並處理相關的計算問題。(N-3-06)	5	計算平均數、比率、速率等問題(P5-A-1、P5-A-2)
				7	辨認和使用一般速率的測量(轉換 km/h 和 m/s),解決速率的問題並計算平均速率(S1-A-8)
				9	實際情境之圖 簡易動力學:變化率的應用,包含「距離-時間」圖,「速率-時間」圖。 從一線性「速率-時間」圖下的面積計算距離。(4017-12)

一、數與量(8-4)

量 與 實 測	錢 幣	1	認識 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣，並做 1 元與 10 元錢幣的換算 (N-1-01、N-1-02)	1	介紹「元」和「分」 針對元做加與減 針對分做加與減 (P1-M-3)
		2	認識 100 元、500 元等錢幣，並做 100 元與 500 元錢幣的換算 (N-1-01、N-1-02)	1	混合不同單位-元與分-做加與減 (P1-M-3)
	長 度 、 容 量 、 重 量	1	能認識長度，並作直接比較 (N-1-14)	1	長度和重量的比較 (P1-M-1)
		2	能說明用不同個別單位測量相同長度，其數值不同 (N-1-15)	2 3	認識長度(公里、公尺、公分)、重量(公斤、公克)、體積(公升、毫公升)及其加減計算 (P2-M-1、P3-M-1)
		3	能使用日常測量工具進行實測活動，理解其單位和刻度結構，並解決同單位量的比較、加減與簡單整數倍的問題。 長度(公尺、公分、毫米)、重量(公斤、公克)、體積(公升、毫公升)的計算 (N-1-16)		
		3 4	重量(公噸、公斤)的計算 長度(公里、公里與公尺、公分的關係) (N-2-15)		
		5	容量、容積和體積的關係 (N-2-18)		
	角 度	3	能認識角，並比較大小 (N-1-14、N-1-15)	4	角度 (P4-G-2)
				5	對於直線與點，找出未知角度 (P5-G-1)

一、數與量(8-5)

量 與 實 測	角度	4	會用量角器實測角度或畫出指定的角(如:30度、45度、60度、90度、120度、135度、150度)(N-1-16)	4	估計角的大小並用量角器測量角度(P4-G-2)
	面積、 體積、 周長	2	能認識面積,並做直接比較(N-1-14)	3	認識面積單位「平方公尺」,及「平方公分」、「平方公尺」間的關係,並做相關計算(P3-M-1)
		3	能利用間接比較或個別單位實測的方法比較不同面積的大小,並認識面積單位「平方公分」(N-1-15)		
		4	能認識面積單位「平方公尺」,及「平方公分」、「平方公尺」間的關係,並做相關計算。(N-2-15)		
		5	能認識面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」及其關係,並作相關計算。(N-2-15、N-2-16)		
		4	能理解長方形和正方形的面積與周長公式(N-2-17)	3	理解長方形和正方形的面積與周長(P3-M-4、P3-M-5)
				7	計算長方形和正方形的周長與面積(S1-A-7)
	4	能利用間接比較或以個別單位實測的方法比較不同體積的大小,並認識體積單位「立方公分」(N-1-15、N-1-16)	4	理解體積單位「立方公尺」,及「立方公分」、「立方公尺」間的關係,並做相關計算(P4-M-3)	
	5	能理解體積單位「立方公尺」,及「立方公分」、「立方公尺」間的關係,並做相關計算(N-2-15、N-2-16)			

一、數與量(8-6)

量與實測		5	能理解三角形、平行四邊形和梯形的面積公式 (N-2-19)	5	能理解三角形的面積公式 (P5-M-3)
				7	計算三角形、平行四邊形和梯形的周長與面積 (S1-A-7)
	面積、體積、周長	5	能理解長方體和正方體的體積公式 (N-2-17)	4	理解長方體和正方體、液體的容積計算 (P4-M-4、P5-M-2)
				5	
				7	解決長方體、正方體之體積與表面積問題 (S1-M-2)
		6	能理解簡單柱體的體積 (N-3-17)	7	解決角柱、圓柱之體積與表面積問題 (S1-M-2)
		8	能計算柱體表面積的問題 (S-4-04)	8	解決球體、三角錐、圓錐之體積與表面積問題 (S1-M-1)
	時間	1	能報讀日期與整點、半點的時刻 (N-1-13)	1	能報讀整點、半點的時刻 (P1-M-2)
				3	報讀時、分、秒，日、週、月、年 (P3-M-1)
		2	能報讀幾點幾分 (N-1-13)	2	能報讀時、分，使用 a.m. 和 p.m. (P2-M-3)
		3	認識日、時、分、秒的關係，並能作同單位時間量的加減計算 (N-1-13)	6	時間上 24 小時制與 12 小時制的轉換計算 (P6-A-1)
	4	能解決複名數的時間量計算，以及時刻與時間量的加減問題 (N-2-15)			

一、數與量(8-7)

量與實測	圓面積、圓周長	6	可由圓周長的實測理解圓周長與直徑成比例。能理解圓面積公式，並能計算簡單扇形面積 (N-3-16)	6	認識圓(圓心、半徑、直徑、周長) 理解圓面積 周長公式(P6-M-1)
				7	計算圓形的周長與面積 (S1-A-7)
				8	計算弧長和扇形面積 (S2-M-2)
估算		2	認識公分、公尺，並能作相關的實測、估測與計算 (N-1-16、N-1-17)	1	長度、質量的測量 (P1-M-1)
		3	認識長度單位(毫米、公分、公尺)、容量單位(公升、毫升)、重量單位(公斤、公克)，並能作相關的實測、估測與計算 (N-1-17)	2	認識長度(公里、公尺、公分)、重量(公斤、公克)、體積(公升、毫公升)及其測量(P2-M-1)
		4	能用四捨五入法取概數，並作加、減之估算 (N-2-05)	4	能用四捨五入法取至整數 一位小數、兩位小數 (P4-D-6)
		5	能用四捨五入法對小數在指定位數取概數，並作估算 (N-2-05)	4 5	能用四捨五入法取至 1000，包含加、減、乘的估算 (P4-N-2、P5-N-2)
				7	能用四捨五入法取至指定的正確位數：包含小數位置、使用近似符號“ \approx ”(S1-A-3)
7	數字的估算與測量：包含心算、使用估算來檢驗答案的合理性 (S1-A-3)				

一、數與量(8-8)

估 算	6	使用方格紙估算曲線所圍區域面積 (N-3-15)		
	8	能認識二次方根及其近似值 (N-4-01)		
數 系	10	無理數	7	實數：整數，有理數與無理數。 (S2-A-11)
	10	複數之四則運算 (介紹 i 的由來，含一元二次方程式根的討論，特別是判別是小於 0 的情形)	11	完成複數 $(x + iy)$ 的加減乘除運算。(33-P-13) 了解複數的概念，複習「實部」、「虛部」、「模」、「幅角」、「共軛」，若兩複數相等，則其實部與虛部相等，反之亦然。

附錄二、代數（含樣式、關係、函數與坐標圖形）

台灣綱要			新加坡綱要	
項目	年級	說明	年級	說明
樣式			1	樣式 (pattern)：根據形狀、大小、顏色完成圖形 (P1-G-2)
			2	樣式 (pattern)：根據形狀、大小、方位或以上任兩個屬性完成圖形 (P2-G-2)
	8	能辨識具規則性的數列 (N-4-03)	7	辨識簡單的樣式圖案並描述其規則 (S1-A-6)
數學式與方程式的操作	2	能將具體情境中單步驟的加減問題列成算式填充題，並解釋式子與原問題情境的關係 (A-1-02)	2	解決包含四則運算的單步驟文字問題 (P2-N-4)
	3	能將具體情境中單步驟的乘、除問題列成算式填充題，並解釋式子與原問題情境的關係 (A-1-02)	3	解決包含四則運算的兩步驟文字問題 (P3-N-6)
			4	解決包含四則運算的三步驟文字問題 (P4-N-6)
	4	能用中文簡計式表示長方形和正方形的面積公式與周長公式 (A-2-05)	7	使用文字或字母來替代公式中的數字 (S1-a-1)
	5	能用中文簡計式表示長方體和正方體的體積公式 (A-2-05)		
	2 3	能將具體情境中所列出的單步驟算式填充題類化至使用未知數符號的算式，並能解釋式子與原問題情境的關係	1	$+ 2 = 7$ $3 + \quad = 12$ (P1-N-4)

二、代數(18-1)

數學式與方程式的操作		能解決使用未知數符號所列出的單步驟算式題，並嘗試解題及驗算其解 (A-1-02、A-2-03)		
	6	能使用 x, y, \dots 等未知數符號，將具體情境中問題列成兩步驟的算式題，並嘗試解題及驗算其解 (A-3-03)	6	使用字母來表示未知數。 學習寫出包含一個未知數的簡單代數式並簡化之。 利用代數方式表達基本的算數過程。(P6-a-1)
			8	操作簡單的代數分數 (1) $\frac{x}{3} + \frac{x-4}{2}$ (2) $\frac{2x}{3} - \frac{3(x-5)}{2}$ (3) $\left(\frac{3a}{4}\right)\left(\frac{5ab}{3}\right)$ (4) $\frac{3a}{4} \div \frac{9a}{10}$ (5) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-3}$ (S2-a-1)
			8	求解簡單的分數方程式 (1) $\frac{x}{3} + \frac{x-2}{4} = 3$ (2) $\frac{3}{x} = 6$ (3) $\frac{3}{x-2} = 6$ (S2-a-2)
數量間的變化與關係	1	能在具體情境中，認識加法的交換律、結合律，並運用於簡化計算(A-1-03)	7	熟練四則運算與括號的使用：包含心算與估算，理解交換律、結合律、分配律(S1-A-1)

二、代數(18-2)

數量間的變化與關係	2	能在具體情境中，認識乘法的交換律，並運用於簡化計算 (A-1-03)		
	1	能在具體情境中，認識加減互逆 (A-1-04)		
	2	能理解加減互逆，並運用於驗算與解題 (A-1-04)		
	3	能在具體情境中，認識乘除互逆 (A-1-05)		
	4	能理解乘除互逆，並運用於驗算與解題 (A-2-02)		
	4	能在具體情境中，理解乘法結合律、先乘再除與先除再乘的結果相同，也理解連除兩數相當於除此兩數之積 (A-2-01)		
	5	能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算 (A-2-03)		
	6	能理解等量公理(A-3-02)		
一元一次方程式與不等式	6	能在比例的情境或幾何公式中，透過列表的方式認識變數 (A-3-07)		
	7	<p>能嘗試以代入法或列舉法求一次方程式的解，並檢驗解的合理性</p> <p>能熟練符號的代數操作</p> <p>能認識變數與函數</p> <p>能舉出例子，說明一次函數是一種特殊的比例對應關係 (A-3-07)</p>	7	簡單的代數操作 (蒐集同類項、移除括號) (S1-a-2)

二、代數(18-3)

一元一次方程式與不等式	7	<p>能由具體情境中列出一元一次方程式，並理解其解的意義</p> <p>能以等量公理來解一元一次方程式，並做驗算</p> <p>能以移項法則來解一元一次方程式，並做驗算 (A-3-08)</p>	7	<p>簡單的線性方程式問題(係數包含分數、小數)</p> <p>Ex.</p> $\frac{1}{2}x + 5 = x - \frac{1}{3}$ $2 + 0.6x = 2x$ <p>(S1-a-3)</p>
		<p>能由具體情境中列出一元一次不等式</p> <p>能利用移項法則在數線上找出一元一次不等式的解</p> <p>能由具體情境中描述一元一次式解的意義(A-3-09)</p>		9
二元一次方程式與不等式	7	<p>能由具體情境中列出二元一次聯立方程式，並理解其解的意義</p> <p>能在直角坐標平面上認識解二元一次聯立方程式的解</p> <p>能熟練使用消去法解二元一次聯立方程式(A-3-13)</p>	8	<p>使用繪圖方法來解線性聯立不等式。</p> <p>解二元一次聯立方程式及其應用問題。(S2-g-1)</p>
		11		線性聯立方程式
	10	方程式解的意義(交點)	11	線性聯立方程式(33-P-1)

二、代數(18-4)

因式分解與二次方程式	8	能理解因式、倍式、公因式與因式分解的意義	8	做因式分解： $ax + ay$ $ax + bx + kay + kby$ $a^2x^2 - b^2y^2$ (S2-a-1) $a^2 \pm 2ab + b^2$ $ax^2 + bx + c$	
		能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解(A-4-04)		藉由因式分解來解二次方程式 (S2-a-2)	
		能利用提出公因式與分組分解法分解二次多項式		9	藉由因式分解、公式與完成平方來解二次方程式。(4017-18)
				9	找出多項式的因式 解三次方程式(4018-18)
函數圖形	一次函數圖形	7	能運用直角坐標系來標定位置 能在直角坐標平面上描繪一次函數的圖形 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形 能在直角坐標平面上認識解二元一次聯立方程式的解(A-3-11、A-3-12)	8	能在直角坐標平面上描繪一次函數、二次函數的圖形 使用繪圖方式來求解線性聯立方程式 從練習情境中的資料來繪圖 (S2-g-1、S2-g-2)
				9	從圖形上解釋並獲取直線方程式，如 $y = mx + c$ (4017-14)
				10	二維笛卡兒坐標的熟悉度。 計算坐標上連接兩點所成直線之斜率。 計算一直線段的中點坐標與其兩端終點的距離。(4017-14)

二、代數(18-5)

函數圖形	二次函數圖形	9	能理解二次函數的樣式並繪出其圖形	8	配方法 (4017-18)
			能利用配方法繪出二次函數的圖形	9	使用 $f(x)$ 的極值來繪圖, 從所給予的定義域來決定值域。 $f(x)=0$: (i)兩實根 (ii)兩等根 (iii)無實根 給予一直線討論其 (i)與曲線相交 (ii)與曲線相切 (iii)與曲線不相交
		能計算二次函數的最大值與最小值			用任何方法找出二次函數 $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ 的極大極小值 解二次方程式的實根, 找出二次不等式的解集。(4018-3)
			能應用二次函數最大值與最小值的簡單性質 (A-4-06)		
			能理解二次函數的圖形與拋物線的概念		
			能理解拋物線的線對稱性質 (A-4-07)		
基本函數	斜率			9 10	找出直線圖的斜率。 利用圖形法 (graphical method) 概略地解方程式。 藉由繪製切線來估計曲線之斜率。(4017-13)
	指數與對數函數	10	指數函數與對數函數	9	建一 x, y 值表並繪製「 $y = ax^n, n = -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 」, 「 $y = ka^x, a$ 是正數」。 解釋一次函數、二次函數、指數函數。(4017-13)
				9	簡單的指數運算, 有理化分母。(4018-4)

二、代數(18-6)

基本函數	指數與對數函數			10	<ol style="list-style-type: none"> 1. 認識對數和指數函數的簡單性質和繪圖。 2. 認識對數律 (包含底數的變換) 3. 解 $a^x = b$ (4018-7)
				11	複習並使用對數律 (包含換底), 繪製簡單的對數函數與指數函數圖。(33-P-4)
				11	<ol style="list-style-type: none"> 1. 複習並使用此定義 $a^x = e^{x \ln a}$ 2. 使用對數來解方程式, 化成此型式 $a^x = b$ (33-P-4)
	多項式函數	10	多項式函數 (含一次、二次多項式函數的圖形)	11	多項式和有理函數: <ol style="list-style-type: none"> 1. 使用二次、三次、四次多項方程式根與係數的關係。 2. 用一給定之簡單替換來求得一方程式, 其根與原方程式有關。 3. 描繪簡單的有理函數與漸近線。(34-P-1)
徑度量	10	廣義角與徑度量(radian)		8	解弧長與扇形面積問題, 包含徑度量測量的知識與使用。(4018-9)
三角				8	三角比:sine、cosine、tangent (S2-T-2)
				10	拓展 sin 和 cos 的角度: 90度 ~ 180度。(4017-26)
				10	<ol style="list-style-type: none"> 1. 了解三角函數之週期性與兩圖之間的關係: 如 $\sin x$ 與 $\sin 2x$ (4018-10)

二、代數(18-7)

三角			11	使用 \sin 和 \cos 公式。 (33-P-7)
	10	特殊角的三角函數值 三角函數	11	<p>三角函數：</p> <ol style="list-style-type: none"> 了解六個三角函數之定義，角度為任意大。 複習並使用三角函數關於 $30^\circ, 45^\circ,$ 和 60° 的確切值，如 $\cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 使用 $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x, \tan^{-1} x$ 記號來表示反三角的主值 (principal values)。 \sin, \cos 和 \tan 函數圖的週期性與對稱性，並使用此概念來討論其反函數。 使用三角本身表示簡化或精確值，並熟悉以下式子的使用： $\frac{\sin q}{\cos q} = \tan q,$ $\frac{\cos q}{\sin q} = \cot q,$ $\sin^2 q + \cos^2 q = 1$ $\sin(A \pm B),$ $\cos(A \pm B),$ $\tan(A \pm B) \text{ 之展開}$ <p>公式：</p> $\sin 2A, \cos 2A, \tan 2A$ <p>公式：</p> $\sin A \pm \sin B,$ $\cos A \pm \cos B$ <p>以 $R\cos(q \pm a)$ 和 $R\sin(q \pm a)$ 表示 $a \cos q + b \sin q$</p>

二、代數(18-8)

三角	10	特殊角的三角函數值 三角函數	11	<p>6. 找出簡單的三角方程式一般解，包含圖示說明。</p> <p>7. 使用小角逼近 (small-angle approximations)</p> $\sin x \approx x,$ $\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2,$ $\tan x \approx x$ <p>(33-P-8)</p>
	10	三角函數之關係	10	<p>使用</p> $\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A, \frac{\cos A}{\sin A} = \cot A,$ $\sin^2 A + \cos^2 A = 1,$ $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$ $\csc^2 A = 1 + \cot^2 A$ <p>(4018-10)</p>
	10	三角函數定理(正/餘弦)	10	<p>對任意三角形使用 sin 和 cos 的規則與三角形面積公式</p> $\frac{1}{2}ab \sin C$ <p>來解決問題。</p> <p>(4017-26)</p>

二、代數(18-9)

三角			9	解三維中簡單的三角問題。 (4017-26)
多 項 式	10	多項式乘法	8	多項式乘法 (S2-a-2)
	10	多項式長除法	8	多項式長除法 (S2-a-2)
	10	多項式綜合除法		
	10	餘式與因式定理	10	使用餘式和因式定理 (4018-5)
	10	因式分解	11	找出多項式的因式 解三次方程式 (4018-5)
	10	公因式、公倍式，用輾轉 相除法求最高公因式。	8	使用公因式、公倍式 (S2-a-1)
	10	代數基本定理		

二、代數(18-10)

多項式	10	共軛複根	11	<p>1. 複習並使用此關係</p> $zz^* = z ^2$ <p>2. 實係數之多項式方程式，任何非實根皆成對出現。 (33-P-13)</p>
	10	勘根定理		
函數性質與運算	10	值域與定義域	10 11	<p>了解函數、定義域、值域。 (4018-2、33-P-1)</p>
	10	合成函數(平移)	10	合成函數(4018-2)
	10	指數與對數互為反函數的意義以公式直接表達，不一定要提反函數這三個字，但要在坐標平面上同時呈現這兩個函數的圖形。	11	<p>找出合成函數和反函數，包含它們存在的條件。了解並適當的使用關係式 $(fg)^{-1} = g^{-1}f^{-1}$ (33-P-1)</p>
			11	以圖項說明一對一函數和其反函數之間的關係(33-P-1)
			11	<p>了解圖和代數方程式之間的關係，並特別熟悉以下形式的繪圖：$y = kx^n$，n 是正整數、負整數或簡單的有理數</p> $ax + by = c, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p>(圓錐曲線的幾何性質知識並不被要求)(33-P-1)</p>

二、代數(18-11)

函 數 性 質 與 運 算			10	了解 $y = f(x)$ 和 $y = f(x) $ 之間的關係，其中 $f(x)$ 為一次、二次多項式或三角函數。 (4018-2)
			10	轉換： 使用平面上的轉換：反射、旋轉、平移、放大、縮減、延伸，與其結合。 從圖形精確描述其轉換。 (4017-29)
			11	了解並使用以下函數圖形的關係： $y = f(x)$ $y = af(x)$ $y = f(x) + a$ $y = f(x + a)$ $y = f(ax)$ a 是常數 描述在平移、反射、比例上的變化。(33-P-1)
			11	敘述方程式圖形的對稱性。 (33-P-1)
			11	在參數上，了解並使用簡單的例子：曲線上點坐標的描述。 (33-P-1)

二、代數(18-12)

<p>函數性質與運算</p>			<p>11</p>	<p>1. 了解 $y = f(x)$, $y^2 = f(x)$ 和 $y = f(x)$ 函數圖彼此間的關係。 2. 在簡單例子中,決定平行於軸之漸進線方程式。 3. 描繪 $y = f(x)$, $y^2 = f(x)$ 和 $y = f(x)$ 之曲線圖。(不要求詳細描繪,但要表達出其重要特徵,如轉折點、漸進線、和軸相交之處) 33-P-14</p>
<p>線性代數</p>	<p>11</p>	<p>解的算法(克拉瑪、高斯消去法)</p>	<p>8</p>	<p>一次、二次方程式的繪圖 (S2-g-1)</p>
	<p>12</p>	<p>行列式值 行列式性質(列運算、cofactor 降階) 行列式與面積/體積 矩陣表達式 反矩陣(2*2、3*3) 矩陣的維度 矩陣的加減法運算 矩陣的純量積 矩陣的乘法運算 矩陣的列運算 增廣矩陣</p>	<p>11</p>	<p>解的算法(高斯消去法) (34-P-15) 求方陣的行列式,找出非奇異矩陣(non-singular matrix)(只探討 2×2, 3×3 矩陣)的反矩陣,複習一方陣的行(或列)是獨立的若且為若(if and only if) 行列式為非零。(34-P-9)</p>
<p>球面方程式</p>	<p>11</p>	<p>球面方程式, 球面與平面的關係</p>		
<p>圓錐曲線</p>	<p>11</p>	<p>圓錐曲線名詞的由來, 拋物線, 橢圓, 雙曲線, 圓錐曲線的光學性質。</p>		

二、代數(18-13)

不 等 式	12	柯西不等式		
	12	算幾不等式		
	12	一元多項式不等式之解區間	11	找出不等式的解，此不等式可化到此型式： $f(x) > 0$ ， $f(x)$ 可分解，並透過圖示說明其解。 (33-P-3)
	12	含絕對值的不等式之解區間	11	1. 了解 $ x $ 的意義並且概略描繪函數 $y = ax + b $ 的圖。 在解方程式與不等式的課程中使用關係式，如： $ x - a < b \Leftrightarrow a - b < x < a + b$ $ a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$ (33-P-3)
方 位			5	說出（指南針上）八個方位 (P5-G-2)
			9	方位 (bearings) 順時鐘從北開始 ($000^\circ - 360^\circ$)，解釋並使用三圖方位 (three-figure bearings) 測量，計算角度。 (4017-21)

二、代數(18-14)

坐 標 與 向 量	10	複數與直角坐標	11 12	<p>1. 用亞根圖 (Argand diagram) 呈現幾何上的複數。</p> <p>2. 說明以亞根圖 (Argand diagram) 之軌跡呈現複數的簡單方程式與不等式。如</p> $ z - a < k, z - a = z - b ,$ $\arg(z - a) = \mathbf{a}, \text{ 但不包含}$ $\arg(z - a) - \arg(z - b) = Y$ <p>(33-P-13)</p>
	10	複數之極式	11 12	<p>完成複數極式 ($r(\cos \mathbf{q} + i \sin \mathbf{q}) = e^{i\mathbf{q}}$) 的乘除運算。(33-P-13)</p>
	10	極坐標	11 12	<p>極坐標：</p> <p>了解笛卡兒坐標與及坐標之關係，並將曲線方程式做兩者間之轉換。</p> <p>描繪簡單的極坐標曲線圖，範圍為 $0 \leq \mathbf{q} < 2\mathbf{p}$ 或 $-\mathbf{p} < \mathbf{q} \leq \mathbf{p}$。</p> <p>在簡單例子中使用扇形面積公式</p> $\frac{1}{2} \int_a^b r^2 d\mathbf{q}$ <p>(34-P-2)</p>

二、代數(18-15)

坐標與向量	10	棣美弗定理及 1 的 n 次方根	11	<ol style="list-style-type: none"> 1. 對正整指數 (positive integral exponent), 運用複數乘法在幾何上的結果, 了解棣美弗定理 (de Moivre ' s theorem)。 2. 對正整指數, 證明棣美弗定理。 3. 對正整指數, 使用棣美弗定理, 在主幅角三角比的次方上來陳述倍角的三角比。 4. 對正負有理指數使用棣美弗定理: 在倍角上陳述 $\sin q$ 和 $\cos q$ 的次方級數之和找出 1 的 n 次方根 (34-P-7)
	11	向量運算(加、減、合成、平行、長度、純量乘)	10 11	完成向量的加減和純量積運算, 並在幾何上說明此運算。 (33-P-11)
	11	向量應用於平面幾何	10	<ol style="list-style-type: none"> 1. 使用向量 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, \overline{AB}, a 描述平移。 2. 計算 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 向量的大小 $\sqrt{x^2 + y^2}$。 3. 用線段呈現向量 4. 在共面向量上, 使用兩向量的加減來描述所給予的向量。 5. 使用位置向量 (4017-30)

二、代數(18-16)

坐 標 與 向 量			11	<p>使用平面方程式</p> $ax + by + cz = d$ <p>或 $\vec{r} \cdot \vec{n} = d$</p> <p>或 $\vec{r} = \vec{a} + l \vec{b} + m \vec{c}$</p> <p>(34-P-8)</p> <p>並做彼此間的轉換。</p>
			11	<p>使用單位向量、位置向量和位移向量。(33-P-11)</p>
			11	<p>使用直角坐標系標定三維空間中的點，並使用標準的向量記號</p> $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \overrightarrow{AB}$ <p>(33-P-11)</p>
	11	直線參數式	11	<p>當直線方程式表示為 $r = a + tb$ 和</p> $\frac{x-a}{l} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n},$ <p>了解所有記號使用的意義，並將直線方程式做向量與笛卡兒型式之間的轉換。(33-P-11)</p>
	11	空間中直線方程式(點線距離)	11	<p>使用直線方程式來解決關於距離、角度、相交和其他特殊問題。(33-P-11)</p>

二、代數(18-17)

坐 標 與 向 量			10	軌跡 (locus) 使用以下的軌跡和相交軌跡的方法 (a) 二維中的點集 (i) 從一定點與固定的距離描繪出軌跡 (ii) 從一固定的直線與固定的距離描繪出軌跡 (iii) 描繪出與兩定點等距的軌跡 (b) 與兩相交直線等距的點集 (4017-24)	
	11	內積的應用	11	使用內積來決定兩向量的角度，並求解關於向量垂直的問題。(33-P-11)	
	11	垂直投影、夾角			
	11	向量內積	11	複習向量長度計算的定義，兩向量的內積。(33-P-11)	
				11	向量外積 向量乘法 $a \times b$ 可以表為 $ a b \sin \theta \vec{n}$ ， \vec{n} 是單位向量， 或 $(a_2b_3 - a_3b_2)\vec{i} + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{k}$ (34-P-8)
	11	平面夾角	11	計算線和平面間的角度、兩平面間的角度、簡單例子中兩斜線的角度。(33-P-7)	

二、代數(18-18)

坐 標 與 向 量	11	直線與平面方程式 點面距離	11	<p>1. 使用直線和平面方程式來解決關於距離、角度和相交的問題，包含：</p> <p>a. 決定一直線是否在平面上，或與平面平行、相交，並找出交點。</p> <p>b. 找出點到面的距離。</p> <p>c. 找出線與平面和兩平面的夾角。</p> <p>d. 找出兩平面相交得出的直線方程式。(34-P-8)</p>
	11	兩線距離 (平行線、歪斜線)	11	決定兩線是否平行、相交或歪斜，找出兩線相交的交點，找出點到線的垂直距離，找出兩線所夾之角。(33-P-11)
			11	計算兩歪斜線的距離 找出垂直於兩歪斜線的方程式(34-P-8)
				11

附錄三、圖形與幾何

台灣綱要			新加坡綱要	
項目	年級	說明	年級	說明
辨識、描述與定義幾何形體	1	能辨認、分類簡單平面圖形與立體形體 (S-1-01)	1	能辨認、指稱、分類簡單平面圖形 (長方形、正方形、圓形、三角形) 與立體形體 (P1-G-1)
			2	能辨認與指稱半圓 1/4 圓 (P2-G-1)
	2	能認識周遭物體中的角、直線和平面 (S-1-03)		
	2	能認識生活周遭中水平、鉛直、平行與垂直的現象 (S-1-07)	4	使用直尺、三角板繪製垂直線、平行線 (P4-G-1)
			2	辨認直線與曲線 辨認 3-D 物體的平面與曲面 (P2-G-3)
	1	能描述某物在觀察者的前後、左右、上下及兩個物體的遠近位置 (S-1-06)		
	4	能運用角、邊等構成要素，辨認簡單平面圖形 (S-2-01)	3	角的概念：辨識直角、判別給予的角是大於或小於直角 (P3-G-1)
			4	估算角度大小，並利用量角器測量 (P4-G-1)
	4	能理解垂直與平行的意義 (S-2-02)	4	辨認與繪製垂直線、平行線，並利用直尺與三角板繪製 (P4-G-1)
	4 5	能透過操作，認識基本三角形與四邊形的性質 (S-2-03)	4	描述與使用正方形、長方形的性質 (P4-G-5)

三、圖形與幾何(4-1)

辨識、描述與定義幾何形體		能透過操作，理解三角形內角和為 180 度，任兩邊和大於第三邊 (S-2-03)	5	認識、使用三角形內角和為 180 度之性質，一外角等於另兩內角之和 (P5-G-3)
	5	能判斷一圖形是否滿足線對稱，並找出該圖形的對稱軸 (可能不止一條)。理解哪些常見平面圖形具有線對稱的性質 知道線對稱圖形的對應邊相等、對應角相等，並知道對稱軸兩側圖形全等 知道如何描繪一簡單平面圖形的線對稱圖形 (S-2-06)	4	辨認對稱圖形、決定是否直線是一個圖形的對稱線、根據所給予的線對稱圖形去完成對稱圖 (P4-G-3)
			8	辨認平面上的線對稱與旋轉對稱 (S2-G-5)
			9	使用以下關於圓的對稱性質： (a) 等長的弦至圓心的距離相等。 (b) 二等分弦的垂線會通過圓心。 (c) 外點的兩切線等長 (4017-22)
	6	能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題 (例如由三角形的內角和推知四邊形的內角和) (S-3-01)		
	6	能認識直圓錐、直圓柱與直角柱 (S-3-05)	7	識別立方體、長方體、角柱、圓柱、三角錐、圓錐、球體 (S1-G-2)
	8	能理解長方體、正方體、正角錐、正角柱、圓錐、圓柱等立體的基本展開圖 (S-4-01)	6	長方體、正方體、柱體、三角錐等立體的基本展開圖 (S6-G-3)
		能辨別柱體的展開圖 (S-4-04)		

三、圖形與幾何(4-2)

辨識、描述與定義幾何形體	8	能明確定義幾何圖形（三角形、四邊形、多邊形及圓形）及幾何圖形的點、線、角（S-4-01）	4	辨認、命名以下圖形：長方形、正方形、平行四邊形、菱形、梯形（P4-G-4）
				辨認並使用正方形與長方形的性質（P4-G-5）
			5	描述、找出以下圖形的未知角度：平行四邊形、菱形、梯形（P5-G-3）
			7	識別平面圖形 <u>三角形</u> ：等腰、等邊、直角、銳角、鈍角、不等邊三角形 <u>特殊四邊形</u> ：長方形、正方形、平行四邊形、菱形、梯形、鳶形 <u>多邊形</u> ：五、六、八、十角形（S1-G-1）
	8	能利用三角形內角和為 180 度的性質解決多邊形內角和、與外角和定理的問題（S-4-09）	8	多邊形的內角和、外角和，並計算未知角度（S2-G-3）
	8	能以最少性質辨認三角形，並能理解特殊三角形（如正三角形、等腰三角形）的定義及性質（S-4-08）	4	辨認、命名以下三角形：等腰、等邊、直角三角形（P4-G-4）
5			描述、找出以下三角形的未知角度：等腰、等邊、直角三角形（P5-G-3）	
全等	4	能以對應頂點、對應角、對應邊的關係來描述全等的意義（S-2-04）		
	4	能認識平面圖形全等的意義（S-2-04）	8	認識相似與全等圖形（S2-G-2）

三、圖形與幾何(4-3)

全等	8	能以尺規作圖理解兩個三角形全等的意義，並能理解三角形的全等性質 (SSS、SAS、ASA、AAS 及 RHS 全等性質) (S-4-08)	9	SSS、SAS、ASA、AAS 及 RHS 全等性質 (S2-G-2)
尺規作圖	8	能認識尺規作圖，並能熟練基本尺規作圖 (例如：平分線段、角平分線、垂直線、中垂線、平行線) 能以尺規作圖理解兩個三角形全等的意義 (S-4-07)	7	繪製線段、角、平行線、垂直線、角平分線、中垂線 (S1-G-4)
相似	6	能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響 (S-3-02)	8	平面圖形的反射、旋轉、移動、與放大 (S2-G-1)
	9	能對簡單的相似多邊形指出對應邊成比例、對應角相等性質 (S-4-12)	8	找出相似 (全等) 圖形未知的邊、角 (S2-G-2)
	9	能理解三角形的相似性質 平行線截比例線段性質 利用相似三角形對應邊成比例的觀念，應用在實際物的測量 (S-4-13)	9	使用相似三角形面積間的關係，相似物體間體積的擴展。(4017-19)
幾何證明	8	能理解勾股定理 能由簡單面積計算導出勾股定理 (S-4-05) 能理解勾股定理的應用	8	描述畢氏定理 (S2-T-1)

三、圖形與幾何(4-4)

幾何證明	8	能辨識一個敘述及其逆敘述間的不同 (S-4-10)	
	9	能根據平行線截線性質作推理 (S-4-11、S-4-15)	
	9	能理解三角形外心、內心和重心的定義和相關性質 以三角形和圓的性質為題材來學習推理 (S-4-15)	
			9 切線與圓半徑間的角度 圓心角是圓周角的兩倍 對同弦的圓心、圓周角相等 圓上之一弦，連接弦兩端與圓周一點，分別位於弦兩邊的角互為補角。(4017-23)

附錄四、集合、邏輯、排列組合與機率統計

台灣綱要			新加坡綱要	
項目	年級	說明	年級	說明
集合、邏輯	11	集合記號 {列舉} {性質}	10	1. 使用集合語言、記號、凡氏圖 (Venn diagrams) 來描述集合並呈現集合彼此間的關係，如： $A = \{x: x \text{ 是自然數}\}$ $B = \{(x, y): y = mx + c\}$ $C = \{x: a \leq x \leq b\}$ $D = \{a, b, c, \dots\}$
				2. 了解並使用以下符號 $A \cup B$ $A \cap B$ $n(A)$: 集合A的元素個數 \in \notin A' : 集合A的補集 Φ : 空集合 m : 全集 (universal set) $A \subseteq B$ $A \subset B$ $A \not\subset B$ (4018-1)
收集與整理資料	1	能對生活中的事件或活動做初步的分類與紀錄 能將紀錄以統計表呈現並說明 (D-1-01)	1	蒐集、組織資料，使用水平、垂直模式、符號表示繪圖。學習建構、閱讀、和說明。(P1-S-1)
			2	使用尺度繪圖，學習解決問題 (P2-S-1)
	4	能報讀生活中資料的統計圖，如長條圖、折線圖與圓形圖等 (D-2-01)	3 4	繪製、報讀、說明表格與長條圖，並解決問題 (P3-S-1、P4-S-1、P4-S-2)
			5	報讀、說明折線圖，並解決問題 (P5-S-1)

四、集合、邏輯、排列組合與機率統計(6-1)

收集與整理資料			6	報讀、說明圓形圖，並解決問題 (P6-S-1)
	4	能報讀較複雜的長條圖 (D-2-02)	7	資料處理： 蒐集、分類、和製表， 報讀和解釋資料表和統計圖。 繪製數字圖表、點圖、長條圖、折線圖、圓形圖、莖葉圖、直方圖 (S1-S-1)
	5	能整理生活中的資料，並繪製成長條圖 (D-2-03)		
	5	能整理有序資料，並製成折線圖 (D-2-04)		
	6	能整理生活中的資料，並繪製成圓形圖 (D-3-01)		
	9	能理解百分位數概念，並製作盒狀圖 (D-4-01)		
			9	使用次數密度來建立和閱讀「等距與不等距的直方圖」。(4017-27)
	3	能報讀生活中常見的直接對應 (一維) 表格 (D-1-02)		
	11	抽樣方法	12	簡要說明為何一給定的取樣法也許不符合要求。(33-S-4)
二維資料呈現	3	能報讀生活中常見的交叉對應 (二維) 表格 (D-1-03)		
	5	能報讀生活中有序資料的統計圖 (D-2-04)		
	12	散佈圖(二元)	12	了解最小平方、散佈圖之迴歸線和相關性 (correlation) 的概念。(34-S-9) 解釋散佈圖積矩相關係數 (特別是此係數逼近於 +1, -1, 0 的例子) 之值。(34-S-9)

四、集合、邏輯、排列組合與機率統計(6-2)

基本 統計 量	9	能認識平均數、中位數與眾數均可以某種程度地表示整筆資料集中的位置 能認識平均數、中位數與眾數在不同狀況下，被使用的需求度有些微的差異 (D-4-02)	8	能辨識平均數、中位數與眾數在不同狀況下，被使用的意圖 (S2-S-1)
	9	能認識全距，並理解全距大小的意義 能認識第 1、2、3 四分位數，及四分位數 (D-4-03)		
	11 12	期望值與標準差	12	計算 $E(X)$ 和 $\text{Var}(X)$ (33-S-2)
	12	相關係數 (二元) 迴歸直線	12	雙變量資料 1. 從簡單的列資料和總結的資料迴歸線方程式和積矩相關係數 (product moment correlation coefficient) 做計算。 2. 使用通過平均值中心 (mean centre) 迴歸線、積矩相關係數 r 、與 $r^2 = b_1 b_2$ 的迴歸係數 b_1, b_2 之事實。 3. 在問題中使用適當的迴歸直線來估計一個值。 4. 完成積矩相關係數的假設考驗 (34-S-9)

四、集合、邏輯、排列組合與機率統計(6-3)

基本統計量	11	信賴區間與信心水準的解讀	12	<p>假設檢定：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 了解假設（虛無與對立）檢定統計的概念（單尾與雙尾）。 2. 用公式表示假設，並應用關於母體均值（population mean）使用的假設檢定。 3. 用公式表示母體比例的假設，使用常態逼近二項分配的假設檢定來應用假設檢定。（33-S-7）
	11	加法/乘法原理 排容原理	10	<p>加法、乘法原理 使用適合的可能圖（possibility diagrams）與樹狀圖，計算簡單結合事件的機率。（4017-28）</p>
排列組合	11	階乘與排列	10 11	<p>了解「排列」與「組合」 了解安排（arranging）問題，包含：重複（例：排英文字 NEEDLESS 的方法數），限制（例：幾個人站成一排，其中兩個人「必須」或者「必須不」相鄰的方法數）（4018-11、33-P-6）</p>
	11	組合	10 11	<p>認識並使用 $n!$ 記號（$0! = 1$）和 $\binom{n}{r}$（4018-11、33-P-5）</p>
	11	組合之應用（巴斯卡三角、二項展開）	10	<p>使用二項式定理展開 $(a+b)^n$，n 是正整數。 使用 $\binom{n}{r} a^{n-r} b^r$，$0 \leq r \leq n$（4018-12）</p>
	11	遞迴關係數列		
				<p>使用二項式定理展開 $(1+x)^n$，n 是正整數。並複習 $x < 1$ 情況，展開後的正確性。（33-P-5）</p>

四、集合、邏輯、排列組合與機率統計(6-4)

機率與統計	9	能以具體情境介紹機率的 概念 能進行簡單的實驗以了解 抽樣的不確定性、隨機性質 等初步概念 (D-4-04)		
	11	樣本空間	12	了解樣本 (sample) 與母體 (population) 的區別, 認 識選擇樣本上的隨機性。(33-S-4)
	11	事件	10	計算單一事件的機率, 以分數或小 數表示。(4017-28)
			12	了解離散隨機變數的概念(33-S-2)
			12	樣本平均數可被視為一隨機變數, 使用 $E(\bar{X}) = \mu$, $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ 若 X 是常態分配, 則 \bar{X} 是常態分 配。 使用中央極限定理 (不需證明)。 從樣本來計算母體均值與母體變異 數的不偏估計。 從已知變異數之常態分配樣本、或 大型樣本來決定母體均值之信賴區 間。(33-S-4)
			12	1. 隨機變數之線性結合 $E(aX + b) = aE(x)$, $Var(aX + b) = a^2Var(x)$, $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$, $Var(aX + bY)$ $= a^2Var(X) + b^2Var(Y)$, X 和 Y 為獨立 2. 若 X 有一常態分配, 則 $aX + b$ 也有。

四、集合、邏輯、排列組合與機率統計(6-5)

機率與統計			12	<p>3. 若 X 和 Y 有獨立常態分配，則 $aX + bY$ 也有。</p> <p>4. 若 X 和 Y 有獨立卜瓦松分配，則 $X + Y$ 也有。</p> <p>(33-S-5)</p>
			12	<p>連續隨機變數：</p> <p>1. 了解機率密度函數，並使用密度函數之機率。</p> <p>2. 使用給定的機率密度函數來計算一分配之平均值、眾數和變異數，在簡單例子中使用</p> $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$ <p>，其中 $f(x)$ 是機率密度函數，$g(x)$ 是 X 之函數</p> <p>3. 了解與使用機率密度函數與分配函數之間的關係，並求中位數、四分位數和其他分段值。</p> <p>4. 在一模型中使用機率密度函數或分配函數，包含特殊的連續均勻分配。(33-S-6)</p>
	11	機率性質	12	<p>在簡單例子中使用機率的加與乘運算，並了解樹枝狀圖所呈現的事件。了解以下記號：</p> $P(A), P(A \cup B),$ $P(A \cap B), P(A B),$ $P(A \cup B)$ $= P(A) + P(B) - P(A \cap B),$ $P(A \cap B)$ $= P(A) P(B A) = P(B) P(A B)$ <p>(不要求貝氏定理) (33-S-1)</p>
	11	亂數產生器(表)		

四、集合、邏輯、排列組合與機率統計(6-6)

機率與統計	12	常態分配	12	<p>1. 常態曲線的一般形狀，了解 m, s^2 如何影響 $N(m, s^2)$ 此分配之形狀與位置。</p> <p>2. 對常態隨機變數 (normal variable) 做標準化，使用常態分配表。</p> <p>3. 使用常態分配作為一機率模型，並解決關於參數 $X \sim N(m, s^2)$ 的問題。包含給定 x_1, m, s^2 找出 $P(X < x_1)$ 的值；給定 $P(X < x_1)$ 的值，使用常態分配的對稱性找出 x_1, m, s^2 之間的關係。反複練習以上的應用。 (33-S-3)</p>
	12	獨立事件	12	<p>了解互斥和獨立事件的意義，在簡單例子中計算與使用條件機率。 (33-S-1)</p>
	12	條件機率	12	<p>了解以下記號： $P(A B)$, $P(A \cap B)$ $= P(A)P(B A) = P(B)P(A B)$ (33-S-1)</p>
	12	貝氏定理	12	<p>(不要求貝氏定理)(33-S-1)</p>
	12	二項分配	12	<p>1. 使用常態分配下的條件來逼近二項分配 (n 夠大來保證 $np > 5$ 且 $nq > 5$) 或卜瓦松分配 ($m > 10$)，並計算此逼近。</p> <p>2. 領會均勻分配或二項分配 $B(n, p)$，使用二項機率的計算公式。</p> <p>3. 了解卜瓦松 (Poisson) 分配，複習卜瓦松的機率計算公式。</p> <p>4. 使用二項分配與卜瓦松分配之平均值與變異數。</p> <p>5. 使用卜瓦松分配逼近二項分配。 (33-S-2、33-S-3)</p>

附錄五、數學分析

台灣綱要			新加坡綱要	
項目	年級	說明	年級	說明
無窮與極限	10	數列一般式	11	了解數列中項的概念，使用 u_n 來表示數列的第 n 項。(33-P-5)
	10	符號	11	使用 \sum 符號(33-P-5)
	10	等差級數有限和	11	1. 識別等差級數和等比級數。
	10	等比級數有限和		2. 求 $\sum r$, $\sum r^2$, $\sum r^3$ 之和。 (33-P-5、34-P-3)
	10	無窮等比級數極限	11	1. 等比級數收斂的情況，使用公式求收斂等比級數的無限和。 2. 對一收斂級數求 n 項之和，無限多項之和。 3. 由部分和討論無窮級數的收斂性和極限。(34-P-3)
12	函數極限的意義	11	極限的概念(33-P-9)	
微分學	12	切線斜率	11	了解極限和微分的概念，包含對曲線上一點切線斜率的幾何解說。 (33-P-9)
	12	切線方程式	11	找出曲線上的切線方程式和法線方程式，並使用斜率的相關訊息來繪圖。(33-P-9)
			11	使用標準的微分記號 $f'(x)$, $f''(x)$ 和 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ (33-P-9)

五、數學分析(4-1)

微 分 學			11	<p>1. 使用</p> $x^n (n: \text{有理數}), \sin x, \cos x,$ $\tan x, e^x, a^x, \ln x, \sin^{-1} x,$ $\cos^{-1} x, \tan^{-1} x$ <p>2. 常數倍、加減乘除和合成之運算。</p> <p>3. 隱函數或參數式之一次微分 (33-P-9)</p>
			11	<p>x 與 y 為隱數和參數形式, 在例題中求 $\frac{d^2y}{dx^2}$。(34-P-5)</p>
	12	函數圖形之凹性、反曲點	11	<p>確定一定點, 區分其為極大、極小或反曲點 (33-P-9)</p>
	12	相對極值與二階檢定	10	<p>用任何方法找出二次函數 $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ 的極大極小值 (4018-3)</p>
			11	<p>解極大極小值問題, 並連結變化率、微小增量與逼近。(33-P-9)</p>
	12	求極值的應用問題		
			11	<p>7. 使用小角逼近 (small-angle approximations)</p> $\sin x \approx x,$ $\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2,$ $\tan x \approx x$ <p>(33-P-8)</p>
			11	<p>對一函數做馬克勞林級數 (Maclaurin series) 展開, 取其前幾項。(33-P-9)</p>

五、數學分析(4-2)

積分學	12	反導函數 (不定積分)	11	<p>1. 了解不定積分有如微分的顛倒過程。</p> <p>2. 對 x^n (包含 $n=1$ 的情況), e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\sec^2 x$ 做積分, 並求其和、差、與常數倍乘法。包含線性替換的表示 (如 e^{2x-1}), 部份分式使用上的應用, 三角本身使用上的應用 (如 $\int \cos^2 x dx$)。</p> <p>3. 認識被積型式 $\frac{kf'(x)}{f(x)}$ 和積分, 如 $\frac{x}{x^2+1}$ 或 $\tan x$。對 $\frac{1}{a^2+x^2}$ 和 $\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ 做積分。(33-P-10)</p>
	12	微積分基本定理		
	12	定積分的定義	11	<p>對定積分求值, 如</p> $\int_0^1 x^{\frac{1}{2}} dx, \int_0^{\infty} e^{-x} dx \quad (33-P-10)$
	12	定積分與面積的關係	11	<p>了解曲線下面積的概念, 如矩形面積極限和, 並使用此概念之簡單應用。(33-P-10)</p>
	12	定積分之黎曼和估計		
	12	定積分及其應用: 以求圓面積、球體體積、角錐體積、自由落體運動方程式為主	11	<p>在簡單例子中, 使用積分方法找出平面上的面積和旋轉之體積。(33-P-10)</p>
			11	<p>使用積分求弧長、軸上旋轉體的表面積。(34-P-5)</p>

五、數學分析(4-3)

積分學			11	使用積分求平均值 (34-P-5)
			11	對於定積分或不定積分，使用代換積分法來做簡化與求值，如 $\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ (33-P-10)
			11	當被積式被視為乘積時，使用部份積分來做積分，如 $x \sin 2x, x^2 e^x, \ln x$ (33-P-10)
	12	距離、速度、加速度	12	了解距離、速度、加速度的概念 (33-M-2) (更多的粒子力學，未列入比較)
微分方程			12	用公式表示簡單的敘述，如微分方程的變化率，比例性常數(constant of proportionaility)介紹(33-P-15)
			12	對變數是離散的一階微分方程之一般解做積分。(33-P-15)
			12	藉積分因子找出一階線性微分方程的一般解。(33-P-15)
			12	1. 簡化一階微分方程為分離變數的形式，或藉由給定的簡單替換化成線性形式。 2. 藉由曲線圖示呈現微分方程的一般解，並在簡單例子中描繪具代表性的曲線。(33-P-15)
			12	使用初始條件來找出微分方程的特殊解，藉由微分方程的模型說明其解。(33-P-15)

五、數學分析(4-4)

數 值 方 法			12	<p>梯形數值積分法</p> <p>使用梯形法來估計定積分值，在簡單例子中藉圖示來鑑別誤差。(33-P-10)</p>
			12	<p>了解幾何上牛頓法 (Newton-Raphson method) 的運作，取得並使用此法的迭代。體會迭代法未必能收斂到要求的根。(33-P-16)</p>
			12	<p>利用圖形逼近法確定一方程式的根並找尋其符號變化的區間。(33-P-16)</p>
			12	<p>使用線性插值法 (linear interpolation) 找出一方程式之逼近根。(33-P-16)</p>
			12	<p>了解關於方程式的簡單迭代公式 $x_{n+1} = F(x_n)$，並使用給定的迭代來求得指定精確程度。(33-P-16)</p>