

國 立 中 央 大 學

數 學 系
碩 士 論 文

利用數值模擬探討各式干擾因子
對兩電生理訊號因果關係判讀之影響

研 究 生：李秉儒

指 導 教 授：單維彰 博士

共 同 指 導：嚴健彰 博士

中 華 民 國 105 年 5 月

摘要

本研究以兩種可以從生物體測得的電生理訊號為模擬對象，如腦電波、場電位、血壓等，探討其因果性參數受訊號誤差之干擾而失真的程度。因此，利用數值模型來模擬以下四種干擾因子：時間偏移（Time Shift）、相位偏移（Phase Shift）、振幅脹縮（Amplitude Expansion Or Contraction）與雜訊水平（Noise Level）。模擬的方式為，計算低頻訊號 x 和受干擾之高頻訊號 y 之間的因果係數，對原本的係數造成多大的影響。

分析結果顯示，由單一因子模擬，發現作用在高頻訊號的四種干擾因子，對因果關係的影響程度由小到大依序為振幅脹縮、時間偏移、相位偏移及雜訊水平。也就是說，振幅脹縮此因子的表現，相較於其他三者，對因果係數的影響最小，雜訊水平的影響最大。從雙因子模擬，當固定時間偏移這個因子時，可以觀察到因果關係對於雜訊水平的容忍度縮小許多，只要雜訊水平強度稍大，就足以影響訊號波形，進而影響到因果關係的判別。最後，我們依照模擬的結果，列出四種干擾因子隨其干擾程度範圍擴大的影響趨勢，提供讀者參考使用。

Abstract

In this study, we take two electrophysiological signals obtained from organisms as examples, such as EEG, local field potential, blood pressure, etc. When we investigate Granger causality, it may be distorted by experimental error from input data. Then it will affect the result of Granger causality. Accordingly, we use numerical simulation to inquire four interfering factors: Time shift, phase shift, amplitude expansion or contraction and noise level. By this way, we will know how much impact will be on the values of the original Granger causality index when those factors occur on the high-frequency signal.

The results show that, we can find four interfering factors on the causality between the low-frequency signal x and the high-frequency signal y from the single factor simulations. The influence level from the least to the worst is amplitude expansion or contraction, time shift, phase shift, and noise level. In other words, we find the performance of amplitude expansion or contraction is more robust than other three interfering factors, because its impact on GCI is minimal. On the other hand, noise level has maximal impact on GCI. Then, by two-factor simulations, when we fix the factor of time shift, we can observe the GCI decline curve decreasing faster than other three factors. It also shows that the noise level has the smallest tolerance of input errors. If the strength of noise level is larger, it is enough to affect the signal waveform and impact to interpret the result of Granger causality.

Finally, we construct a mathematical model and the estimation formula of standard deviation of four interfering factors. According to the results of the simulation, we give the range of standard deviations of four interfering factors for the readers' reference.

目錄

摘要.....	i
Abstract	ii
目錄.....	iii
圖目錄.....	v
第一章 研究動機.....	- 1 -
第二章 背景資料.....	- 3 -
第三章 分析方法.....	- 7 -
3.1 GCI.....	- 8 -
3.1.2 自迴歸模型 (autoregressive model).....	- 9 -
3.1.3 The index	- 12 -
第四章 模擬方法.....	- 13 -
4.1.1 因子一：時間偏移 Slag.....	- 14 -
4.1.2 因子二：相位偏移 Sphs.....	- 15 -
4.1.3 因子三：振幅脹縮 Samp.....	- 16 -
4.1.4 因子四：雜訊水平 Snoise	- 17 -
第五章 模擬結果與分析.....	- 18 -
5.1 單一因子.....	- 18 -
5.1.1 因子一：時間偏移 (Slag).....	- 19 -
5.1.2 因子二：相位偏移 (Sphs).....	- 20 -
5.1.3 因子三：振幅脹縮 (Samp).....	- 21 -
5.1.4 因子四：雜訊水平 (Snoise).....	- 22 -
5.2 雙因子.....	- 23 -
5.2.1 Slag & Sphs.....	- 25 -
5.2.2 Slag & Samp	- 26 -
5.2.3 Slag & Snoise.....	- 27 -
第六章 結論.....	- 28 -
第七章 討論與未來展望.....	- 33 -
7.1 討論.....	- 33 -
7.2 探討與未來展望.....	- 35 -

參考文獻.....	- 37 -
附錄.....	- 39 -
附錄一:主程式分析之 Matlab 程式.....	- 39 -
附錄二:計算 Granger causality 之 Matlab 程式.....	- 43 -
附錄三:隨機產生點訊號之 Matlab 程式.....	- 46 -
附錄四:計算時間偏移單一因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 47 -
附錄五:計算相位偏移單一因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 48 -
附錄六:計算頻率脹縮單一因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 49 -
附錄七:計算雜訊水平單一因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 50 -
附錄八:計算時間偏移和相位偏移雙因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 51 -
附錄九:計算時間偏移和振幅脹縮雙因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 53 -
附錄十:計算時間偏移和雜訊水平雙因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 55 -
附錄十一:計算相位偏移和振幅脹縮雙因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 57 -
附錄十二:計算相位偏移和雜訊水平雙因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 59 -
附錄十三:計算振幅脹縮和雜訊水平雙因子 GCI 之 Matlab 程式.....	- 61 -

圖目錄

圖 4.1：點訊號生成低頻訊號及高頻訊號波形之過程.....	- 13 -
圖 4.1.1：時間偏移（time shift）影響因子.....	- 14 -
圖 4.1.2：相位偏移（phase shift）影響因子.....	- 15 -
圖 4.1.3：振幅脹縮（amplitude expansion or contraction）影響因子.....	- 16 -
圖 4.1.4：雜訊水平（noise level）影響因子.....	- 17 -
圖 5.1.1：時間偏移標準差干擾之下，訊號 x 和訊號 y 的雙向 GCI 關係圖.....	- 19 -
圖 5.1.2：相位偏移標準差干擾之下，訊號 x 和訊號 y 的雙向 GCI 關係圖.....	- 20 -
圖 5.1.3：振幅脹縮標準差干擾之下，訊號 x 和訊號 y 的雙向 GCI 關係圖.....	- 21 -
圖 5.1.4：雜訊水平標準差干擾之下，訊號 x 和訊號 y 的雙向 GCI 關係圖.....	- 22 -
圖 5.2(a)：雙因子Slag、Sphs和 GCI 的矩形座標系統.....	- 23 -
圖 5.2(b)：雙因子Slag、Sphs的平面座標系統.....	- 23 -
圖 5.2(c)：Slag = 0 原始訊號圖.....	- 24 -
圖 5.2(d)：Slag = 0.5 原始訊號圖.....	- 24 -
圖 5.2(e)：Slag = 1 原始訊號圖.....	- 24 -
圖 5.2.1(a)：Slag = 0、Slag = 0.5及 Slag = 1時，Sphs從 0 到 $2/3\pi$ ，訊號 x 對訊號 y 的 GCI.....	- 25 -
圖 5.2.1(b)：Slag = 0、Slag = 0.5及 Slag = 1時，Sphs從 0 到 $2/3\pi$ ，訊號 y 對訊號 x 的 GCI.....	- 25 -
圖 5.2.2(a)：Slag = 0、Slag = 0.5及 Slag = 1時，Samp從 0 到 2，訊號 x 對訊號 y 的 GCI.....	- 26 -
圖 5.2.2(b)：Slag = 0、Slag = 0.5及 Slag = 1時，Samp從 0 到 2，訊號 y 對訊號 x 的 GCI.....	- 26 -
圖 5.2.3(a)：Slag = 0、Slag = 0.5及 Slag = 1時，Snoise從 0 到 0.8，訊號 x 對訊號 y 的 GCI.....	- 27 -
圖 5.2.3(b)：Slag = 0、Slag = 0.5及 Slag = 1時，Snoise從 0 到 0.8，訊號 y 對訊號 x 的 GCI.....	- 27 -
圖 6.1：振幅脹縮標準差干擾之下，訊號 x 對訊號 y 的 GCI 曲線以及最適曲線的比較圖.....	- 29 -
圖 6.2：四干擾因子的趨勢圖.....	- 30 -

第一章 研究動機

大腦協調各器官的運作，也控制著身體骨骼肌肉的運動，亦是記憶、學習、思考與情緒的管理中心。這些複雜功能皆來自於腦內上千億個神經細胞之間的分工合作，藉由神經訊息在複雜的神經網路與被作用的器官間傳遞，整合出整體的生理表現。

也因此，在解析腦部的運作機制時，如何找出對應某項生理功能的神經網路，並且解析出神經訊息在其內的資訊流向，就成為首要的問題。在之前的研究中，利用電生理、神經解剖以及各種非侵入式的影像方法，對於那些腦區與那些生理功能相關的研究已經有很多進展，但是囿於這些技術在時間及空間解析度上的限制，對於這些腦區在訊息傳遞時的資訊流向，仍然無法提供足夠的說明。對於探討整個神經網路的運作方式，仍然存在著相當的技術障礙。

格蘭傑因果性（Granger Causality, GC, [6]）是 2003 年諾貝爾經濟獎得主 Granger 所提出的方法，有別於一般迴歸分析只能得出變數間的相關性，GC 在自迴歸模型中透過一些特別的檢定，進而發展出能夠討論變數間因果關係的計算指標。近十年來這個方法也逐漸地被運用到計算神經科學的領域，用以分析神經訊號間的因果關係，亦即資訊在腦中各神經細胞間的流動方向。

但是在實務工作上，不管是利用電生理的多通道紀錄法所取得的電訊號，或是利用能夠取得更多訊息的鈣離子顯影技術，在實驗過程中，都可能存在不可避免的雜訊或是操作上誤差的干擾。以電生理相關實驗所取得的訊號為例，通常這些雜訊或誤差可分成兩大類，一是以同套機器所擷取的同類訊號之間（例如腦波、場電位、肌電位），可能因為自然的電磁干擾或是其他來源的生理電訊號之影響，

產生諸多雜訊摻入個別訊號中（亦即對記錄之訊號產生雜訊干擾）；也可能是探測訊號的電極與測量標的間的距離不穩定，產生取得的訊號之強度會有變化的情形（亦即記錄所得之訊號的振幅脹縮之現象）。

另一類的問題是，所分析的訊號取自於兩套不同的儀器，例如，要分析循環系統的感壓反射中，延腦中控制交感神經活性的神經元，與主動脈的動脈壓變化之間的因果關係時，就必須要在兩套不同的儀器中，一台取得神經元的活性訊號，另一台則同步的取得血壓的訊號。但在兩台機器同步擷取訊號的過程，需要透過另一個能引起同步觸發的裝置之協助，當觸發訊號在發送過程中因設備或操作的問題致使訊號傳送到兩台儀器的時間出現差距時，就可能產生兩訊號間有不同步記錄的現象（時間偏移）；或是因為兩台儀器在取樣過程中，儀器的時間設定的有相對誤差（如兩者的 1 秒之時距不一致），就有可能產生兩訊號間的相位不穩定之問題（相位偏移）。

在本篇論文中，我們將透過訊號模擬，討論當兩訊號各受到上述四種干擾因子：雜訊干擾、振幅脹縮、時間偏移、相位偏移的影響時，對於兩訊號間 GC 關係的影響程度為何。並且經由這樣的模擬所導出的結果，作為分析實際的實驗數據時，判斷 GC 的正確度之參考依據。

本論文的結構如下。第二章背景說明。第三章介紹 GC 之分析方法。第四章介紹如何模擬四種干擾因子及主程式分析。第五章以第三、四章為基礎，依單一干擾因子及雙干擾因子的影響，呈現所模擬的結果。第六章做結論。最後，我們在第七章呈現，對於模擬過程中不足的地方加以討論並給出一些建議。

第二章 背景資料

感覺、運動及心智活動均在腦中眾多神經元的各種組合作用下產生。雖然現代生物醫學影像方法已經可記錄各種行為及心智活動時，動物或人的腦中各部位的血流量、代謝速率以及特定基因表現量（如 fMRI、PET、基因表現的組織化學染色等方法），但這些方法目前仍僅呈現出「哪些腦區與哪種現象相關」，只能探討與特定功能關連的神經區域所在。例如，在痛覺的研究中，此類以影像方法為主的研究非常蓬勃，對於大腦中各式痛覺相關腦區的確認，貢獻了相當豐富的資料。然而，囿於時間、空間的解析度以及所度量的訊號形式，此類型的研究無法解決像是「神經系統如何編碼痛覺訊息」、「在慢性疼痛形成的過程中，神經系統活性的動態病理變化」等需要在清醒的動物腦中，取得神經網路中各個神經元活性資訊的問題。

電生理的方法是重要的解決之道。自 1980 年代發明了將多根微電極植入動物腦中，然後在麻醉消失、傷口復原之後，在具有清醒行為的動物腦中，同時記錄多個單一神經元的方法（即為多通道記錄法），因此法可以同時在動物腦中多個部位同時記錄許多神經細胞的活性，也能夠在清醒行為的動物腦中不斷的記錄觀察，所以可用來解決許多行為學及認知科學上的重要問題。單一神經元的即時活性除了以電極直接記錄電訊號之外，近幾年利用鈣離子顯影技術（包括膜電位感測螢光蛋白），可以在傷害性更小的狀態下，更大規模的擷取神經元群活性的訊號。這麼豐富的神經元群活性資訊，對解碼神經系統的運作提供了更充足的資料來源。

然而，當我們所擁有的神經訊號越多，不管是動作電位放電時間點的離散訊號，或是像鈣離子濃度變化那樣的連續訊號，一個重要的問題是，資訊在神經元

間是怎麼流動的？這個問題也是美國在 2013 年所提出的 BRAIN 計畫七個目標中的兩項：關於「建立腦中神經網路的連結圖譜、建立神經元群活性與行為及認知功能間的因果關係」之關鍵所在。更多的數學方法必須要被引進到生物學的課題中來。GC 有別於一般迴歸分析只能得出變數間的相關性，在自迴歸模型中透過一些特別的檢定，發展出能夠討論變數間因果關係的計算指標。近十年來這個方法也逐漸地被運用到計算神經科學的領域，用以分析神經訊號間的因果關係，亦即資訊在腦中的流動方向。

在我們引進新的分析技術到神經科學的領域時，有一個重要的事項必須要加以謹慎考慮。那就是，若被分析的資料數據本身不是百分百的詳實，這會對我們的結果造成多大的誤差？

神經科學基本上也是架構在實驗數據上的科學，我們藉由實驗所的數據去驗證或是衍伸我們的對真實神經系統的了解。但是在實驗工作進行時，都可能存在不可避免的雜訊或是操作誤差的干擾。有的是儀器設備因為設計及製造上的瑕疵所造成的，例如感測裝置準確度不佳，造成取得訊號的強度不準；或是切換開關設計不良，造成出發訊號的送出遲緩；也可能是整體線路的屏蔽或接地裝置沒做好，造成訊號易受到各種環境的電磁雜訊之干擾。

有些干擾不是來自儀器設備，而是來自於被實驗的生物本身。例如，當我們在記錄腦波的電訊號時，同樣的也是以電訊號傳遞的肌肉電位變化，或是心臟跳動時的心肌電位變化，都有可能被收錄腦波的電極所記錄到。這些訊號的產生機制跟腦波非常相近，也因此其對腦波記錄的干擾，很難完全以濾波處理的方式去除。此外，在以電極記錄各種生理電訊號時，電極可能會因為固定不良、或是記錄位置的組織特性，而會跟記錄標的區有偶發或者是週期性的相對位移，這會造

成所記錄到的訊號之強度會有偶發或者是週期性的變化。

還有另一類的問題是出在所分析的訊號取自於兩套不同的儀器。大腦協調各器官的運作，也控制著身體骨骼肌肉的運動，亦是記憶、學習、思考與情緒的管理中心。但是，不只神經系統可以指揮其他組織器官的運作，組織器官也可以回饋其狀態的訊息回到腦中，影響相關腦區的神經活性大小。所以除了計算腦部各組成之間的訊息流向外，探討神經訊號與其他組織器官的活動訊息之間的因果關係，對於解析身體完整的功能迴路，特別是各種回饋控制的操作，也是有其重要的研究價值。因此在解析這類問題的時候，就必須要同時取得神經系統的活性訊號，以及相關的組織器官之生理訊號，像是血壓、運動軌跡、腸胃的蠕動速率或是內分泌物質分泌的數量等等。這些物理量的基本形式並不是電訊號，因此在訊號擷取上，不能使用跟擷取神經電訊號一樣的儀器設備。

例如，要分析循環系統的感壓反射中，延腦中控制交感神經活性的神經元，與主動脈的動脈壓變化之間的因果關係時，就必須要在兩套不同的儀器中，一台取得神經元的活性訊號，另一台則同步的取得血壓的訊號。但在兩台機器同步擷取訊號的過程，需要透過另一個能引起同步觸發的裝置之協助，當觸發訊號在發送過程中因設備或操作的問題致使訊號傳送到兩台儀器的時間出現差距時，就可能產生兩訊號間有不同步記錄的現象；或是因為兩台儀器在取樣過程中，儀器的時間設定的有相對誤差（如兩者的 1 秒之時距不一致），就有可能產生兩訊號間的相位不穩定之問題。

這些各種不同來源、不同成因的雜訊與干擾，會讓我們所擷取訊號產生各種不同程度失真，事實上，我們因此無法取得完全詳實反映實驗結果的數據。因此，當我們準備以 GC 來分析神經網路的訊息流向關係時，這些雜訊與干擾會

對 GC 的計算結果產生多少誤差，就成為實務工作上必須要先釐清的問題。

第三章 分析方法

Granger 認為在傳統向量自迴歸模型 (vector autoregressions, VAR) 中，變數間的因果關係推論將可能會有判斷錯誤的機會，因此他提出了自己的因果關係檢驗法 (Granger causality test, GCT)。GCT 是一種假設檢定的統計方法，檢驗一組時間序列 x 是否為另一組時間序列 y 的原因。簡單來說，此理論就是迴歸分析中的自迴歸模型，認為變數 X 、 Y 之間是否具有因果關係，是建立在統計預測性 (predictability) 上。

GC 是用來描述兩個時間序列 (訊號) 交互影響之因果關係的一個基礎且重要的想法。GC 的想法如下：若時間序列 X 過去的資訊能夠提升對另一個時間序列 Y 預測的準確度，此時我們可以知道 X 與 Y 存在因果關係。

目前 GC 被證明是有效的，並已廣泛用於近期神經科學研究，如 Bressler, Richter, Chen, & Ding, 2007 [2] 從自迴歸模擬的場電位振盪觀察猴子大腦皮層神經訊號的功能組織，這篇研究的整個架構在於提出了以自迴歸模型為基礎的頻譜分析將大腦中的網路組織關係量化。於此，同時間從猴子大腦皮層上分散的點記錄得到的局部場電位 (Local field potentials, LFPs)，被視為產生局部神經元組合 (local neuronal assemblies) 的訊號。在視覺辨識任務的延遲時間裡，振盪裝置作用在 14~30 赫茲的 LFPs 是顯著的。相干性分析表示這些振盪和維護對側位置的感覺皮層的功能性網路裡是相位同步，並且和預期視覺刺激的視覺皮層是相同的。GC 已經發現在感覺網路與周圍感覺運動迴饋有一致的資料流向，與初期預期中視覺網路和神經元組合中的視覺皮層由上而下調節是一致的。

除了時域的 GC，其他版本的 GC (例如，頻率域、時頻域) 也已經被發展得很好，如 Dhamala, Rangarajan, & Ding, 2008 [5] 透過非參數格蘭傑因果關係分析大腦神經系統的訊息流向，多電極神經生理紀錄和高分辨率神經影像生成以神經互相作用為基礎的多變量資料，如何從這些資料裡提出在大腦網路裡的訊息流向仍是一種挑戰，在過去幾年的研究裡已經確定可以用 GC 的統計原理來分析神經網路的訊息流向關係，GC 的估計需要以神經數據的自迴歸模型為前提，因此假設不涉及任何假定的形式或頻率分佈的參數，使用傅立葉和數據的小波變換直接估算 GC，不再需要建構自迴歸模型。這研究證明在已知連接的神經網路模型所生成的合成數據和從猴子身上取得感覺網路的 LFP 皆具有有效性。

接著，將 Granger 的想法數學化，透過 3.1 節從數學模型定義訊號源、自迴歸模型以及給出 Granger 因果性指標 (Granger Causality Index, GCI)。

3.1 GCI

為了落實 GC 的想法，必須將單變量 (univariate) 與雙變量 (bivariate) 之向量型式線性自迴歸模型 (Vector autoregressive models, VAR models) 套用到時間序列上。

自迴歸模型是 GC 的分析基礎且重要的想法，是用來描述兩個時間序列(連續訊號)交互影響之因果關係。若時間序列 X 過去的資訊能夠提升對另一個時間序列 Y 預測的準確度，則我們稱 X Granger 引起 Y；反之，則稱 Y Granger 引起 X。

定義

若一時間序列 $X = \{x(n)\}$ 滿足

$$E(X(n)) = \mu, \forall n \quad (1)$$

$$\text{Cov}[X(n), X(n-j)] = E[(X(n) - \mu)(X(n-j) - \mu)] = \gamma_j, \forall n, j \quad (2)$$

則稱作穩定 (stationary)。 (1) 式表示 $X(n)$ 的期望值不隨時間參數 n 改變。

(2) 式表示 $X(n)$ 與 $X(n-j)$ 的共變異數不隨時間參數 n 改變且為 j 的函數，

其中 j 稱為延遲數 (lag)。將 $j = 0$ 帶入 (2) 式，可以發現

$$\text{Cov}[X(n), X(n)] = E[(X(n) - \mu)^2] = \text{Var}[X(n)] = \gamma_0, \forall n \quad (3)$$

一穩定的時間序列擁有不隨時間改變的期望值與變異數。反之，若一時間序列不滿足 (1) 或 (2)，則稱作非穩定的 (nonstationary)。

接著，闡述如何對 Granger 因果性作統計分析。

3.1.2 自迴歸模型 (autoregressive model)

令 $X = \{x(n)\}$ 與 $Y = \{y(n)\}$ 為兩穩定且期望值為零的時間序列，並考慮以下自迴歸模型。

*單變量模型

$$x(n) = \sum_{j=1}^m a_{1j}x(n-j) + \epsilon_1(n) \quad (4)$$

$$y(n) = \sum_{j=1}^m b_{1j}y(n-j) + \eta_1(n) \quad (5)$$

其中 m 為此自迴歸模型的次數(order)， a_{1j} 與 b_{1j} 為自迴歸係數且不依賴時間參數 n ，也就是所謂的時不變(time-invariant)。 $U_1 = \{\epsilon_1(n)\}$ 與 $V_1 = \{\eta_1(n)\}$ 為此模型的預測誤差(prediction error)，一般來說皆假設為穩定且期望值為零的白雜訊(white noise)。

定義

若一時間序列 $W = \{w(n)\}$ 滿足下列三個條件，則稱作白雜訊：

$$E(W(n)) = \mu, \forall n \quad (6)$$

$$\text{Var}(W(n)) = \sigma^2, \forall n \quad (7)$$

$$\text{Cov}(W(n-i), W(n-j)) = 0, \forall i \neq j \quad (8)$$

(6) 與 (7) 即為穩定時間序列的定義。(8) 表示自我共變異數 (autocovariance) 為零，也就是無自我相關情形。

在迴歸分析中有一點必須注意的是，被描繪的時間序列必須是穩定的，其接下來的任何統計檢定結果才會具備有效性。若對非穩定的時間序列進行迴歸分析，則會發生假性迴歸的情況(Granger 1974)，造成錯誤的檢定結果。然而時間序列穩定與否可利用單根檢定來判斷，必要時可透過差分將非穩定的時間序列轉換成穩定的時間序列。

因為 $U_1(n)$ 與 $V_1(n)$ 的變異數不會隨著時間參數 n 改變，定義兩個常數如下，

$$\Sigma_1 = \text{Var}(U_1(n)) \quad \& \quad \Gamma_1 = \text{Var}(V_1(n)) \quad (9)$$

我們可利用 Σ_1 與 Γ_1 做為此單變量歸模型預測準確度的一個度量。例如， Σ_1 的大小度量了使用 X 過去資訊 (i.e. $(n-j), j = 1, 2, \dots, k$) 來預測 X 目前狀態 (i.e. $X(n)$) 之預測準確度， Σ_1 越小表示預測的準確度越高。同理， Γ_1 的大小度量了 Y 對自己預測的準確度。

* 雙變量模型

$$x(n) = \sum_{j=1}^m a_{1j}x(n-j) + \sum_{j=1}^m c_{2j}y(n-j) + \epsilon_2(n) \quad (10)$$

$$y(n) = \sum_{j=1}^m b_{1j}y(n-j) + \sum_{j=1}^m d_{2j}x(n-j) + \eta_2(n) \quad (11)$$

同樣的， m 為次數， a_{1j} 、 b_{1j} 、 c_{1j} 與 d_{1j} 為迴歸係數，預測誤差 $U_2 = \{\epsilon_2(n)\}$ 與 $V_2 = \{\eta_2(n)\}$ 為零期望值互不相關的白雜訊。

因為 $U_2(n)$ 與 $V_2(n)$ 的變異數不會隨著時間參數 n 改變，定義兩個常數如下。

$$\Sigma_2 = \text{Var}(U_2(n)) \quad \& \quad \Gamma_2 = \text{Var}(V_2(n)) \quad (12)$$

同樣的， Σ_2 與 Γ_2 的大小度量了除了使用自己過去的資訊也加入了對方過去的資訊來預測自己目前狀態之預測準確度。

3.1.3 The index

綜合單變量與雙變量自迴歸模型，若 $\Sigma_2 < \Sigma_1$ ，則我們說時間序列 Y Granger 引起時間序列 X。也就是說加入了Y過去的資訊提升了預測 X 目前狀態的準確度。同理，若 $\Gamma_2 < \Gamma_1$ 則 X Granger 引起 Y。

再給出幾個 GCI 的定義如下，

- ❖ Y 至 X 的 GCI 定義為 $F_{Y \rightarrow X} = \ln \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2}$
- ❖ X 至 Y 的 GCI 定義為 $F_{X \rightarrow Y} = \ln \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}$ (13)
- ❖ 雙向 GCI 定義為 $F_{XY} = \max(F_{Y \rightarrow X}, F_{X \rightarrow Y})$

由以上的定義可幾點觀察如下，

- 若 Y Granger 引起 X，則 $\Sigma_2 < \Sigma_1$ ，所以 $F_{Y \rightarrow X} = \ln \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2} > 0$ 。
- 若 X Granger 引起 Y，則 $\Gamma_2 < \Gamma_1$ ，所以 $F_{X \rightarrow Y} = \ln \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} > 0$ 。
- 若 X 與 Y 獨立，則 $\Sigma_2 = \Sigma_1$ 且 $\Gamma_2 = \Gamma_1$ ，故 $F_{Y \rightarrow X} = 0 = F_{X \rightarrow Y}$ 。

由於時不變模型的 GCI 為一常數，假若在一觀察時間範圍內時間序列的因果律發生了變化，則此變化將無法被偵測出來。另外，透過模擬所得到 GCI 的數值，我們可知 GCI 越大，表示因果關係越強。

第四章 模擬方法

在這章節，由於本研究未取真實訊號做模擬，我們以實驗中最常碰到的情形做模擬。舉例來說，要分析循環系統的感壓反射中，延腦中控制交感神經活性的神經元，與主動脈的動脈壓變化之間的因果關係時，就必須取得神經元的活性訊號以及血壓的訊號。所以，我們建立一個低頻訊號對高頻訊號的模型，進一步探討以下四個干擾因子：時間偏移 (Time Shift, S_{lag})、相位偏移 (Phase Shift, S_{phs})、振幅脹縮 (Amplitude Expansion Or Contraction, S_{amp})、雜訊水平 (Noise Level, S_{noise})。接著，將透過以下小章節用圖示及文字說明整個模擬的過程。

4.1 模擬方法之模型架構

在這一節，敘述如何生成兩個原始訊號，一為低頻訊號 x ，一為高頻訊號 z 。參照圖 4.1，以低頻波 x 而言，每一個波以 wx_i 來表示， $i = 1, 2, 3, \dots, k$ ，(圖中以 $k = 4$ 為例)， wx_i 與 wx_{i+1} 之間的時間間隔為 d_i ，其間隔大小是由 Poisson 隨機過程所決定，亦表示一段訊號中會有 k 個波形。我們要模擬由波形 wx_i 所組成的低頻訊號，對一個由波形 wz_i 所組成的高頻訊號的因果關係。在此，每個 wx_i 的位置是由 d_i 而決定的，每個 wz_i 的位置是隨著 wx_i 的位置往後加一個時間延遲數 (time delay, m_{lag})，在此我們設定 $m_{lag} = 10$ ， wz_i 發生的時間都在 wx_i 的後面 10 個時間間隔。而 wx_i 和 wz_i 兩個波形分別是由 $\sin(2\pi t)$ 和 $\sin(8\pi t)$ 正弦波所產生，波的長度為 1 秒，取樣頻率為 20 Hz，所以時間間隔為 0.05 秒。以上， d_i 和 m_{lag} 為整數，其單位並不為秒，若要將其換算為時間，必須再乘上取樣頻率，也就是 0.05 秒。如此一來，便完成模擬的模型。接著，便可透過模型，進一步將以下干擾因子：時間偏移 (S_{lag})、相位偏移 (S_{phs})、振幅脹縮 (S_{amp}) 及雜訊水平 (S_{noise}) 加入 wz_i 模型之中，將干擾因子加在 wz_i 上，經過干擾的訊號，我們稱之為 wy_i 。

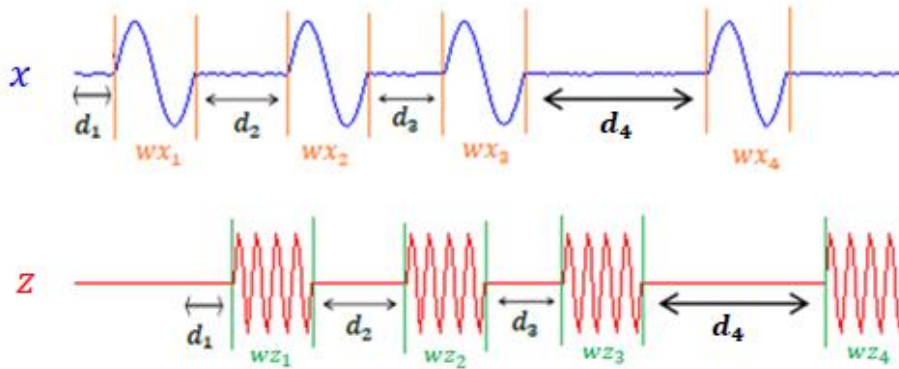


圖 4.1：點訊號生成低頻訊號及高頻訊號波形之過程

4.1.1 因子一：時間偏移 S_{lag}

圖 4.1.1 針對時間偏移 (S_{lag}) 這個影響因子，由圖 4.1 延伸討論，高頻訊號 y 是由波形 wy_i 所組成，其波形之變化是因 wz_i 受到 S_{lag} 影響，而造成其左右偏移的情形發生。

$$wx_i = \sin(2\pi t)$$

$$wy_i = \sin(8\pi t)$$

L_i 為一個低頻波結束與一個高頻波開始的時間差，我們令 $L_i = m_{lag} + l_i$ ， $L_i \sim N(m_{lag}, s_{lag})$ 。其中， l_i 為時間偏移，它是以 0 為平均數，以 s_{lag} 為標準差的正規分布隨機變數，記作 $l_i \sim N(0, s_{lag})$ 。在此， d'_i 為 wy_{i+1} 和 wy_i 之間的差值， $i = 1, 2, 3, 4$ 。

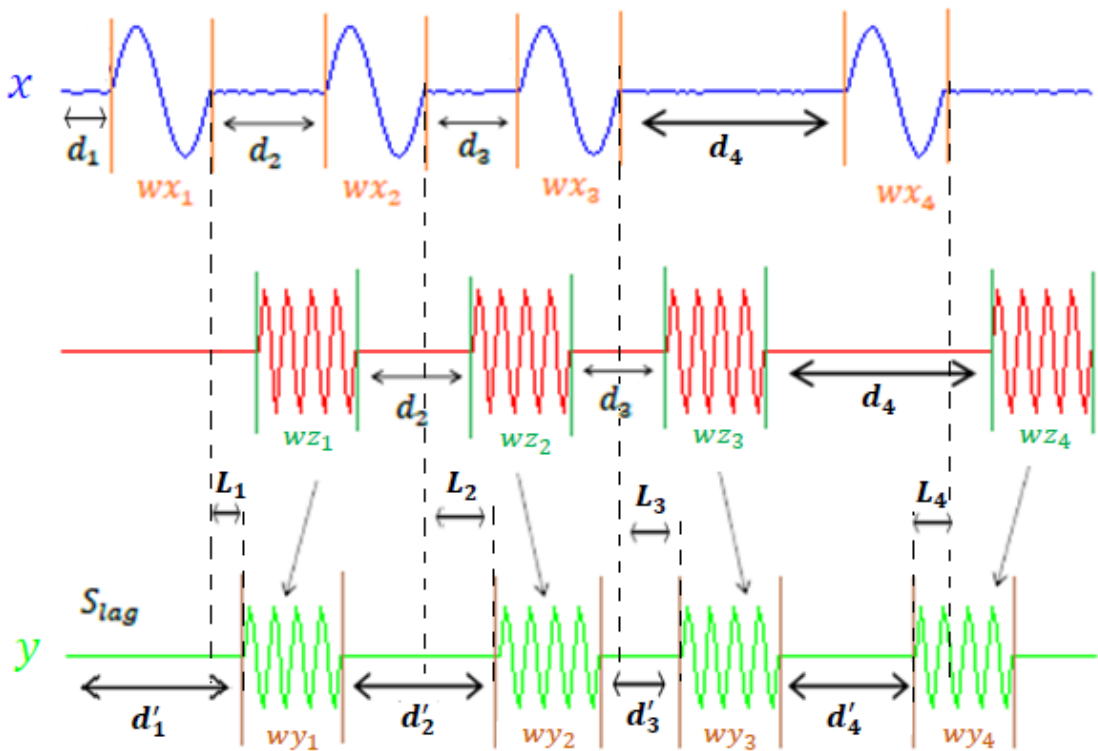


圖 4.1.1：時間偏移 (time shift) 影響因子

4.1.2 因子二：相位偏移 S_{phs}

圖 4.1.2 針對相位偏移 (S_{phs}) 這個影響因子，由圖 4.1 延伸討論，高頻訊號 y 是由波形 wy_i 所組成，其波形之變化是因 wz_i 受到 S_{phs} 影響，而造成其波的樣貌改變。

$$wx_i = \sin(2\pi t)$$

$$wy_i = \sin(8\pi t + \phi)$$

令 ϕ 是以 $m_{phs} = 0$ 為平均數，以 s_{phs} 為標準差的正規分布隨機變數，記作 $\phi \sim N(m_{phs}, s_{phs})$ 。

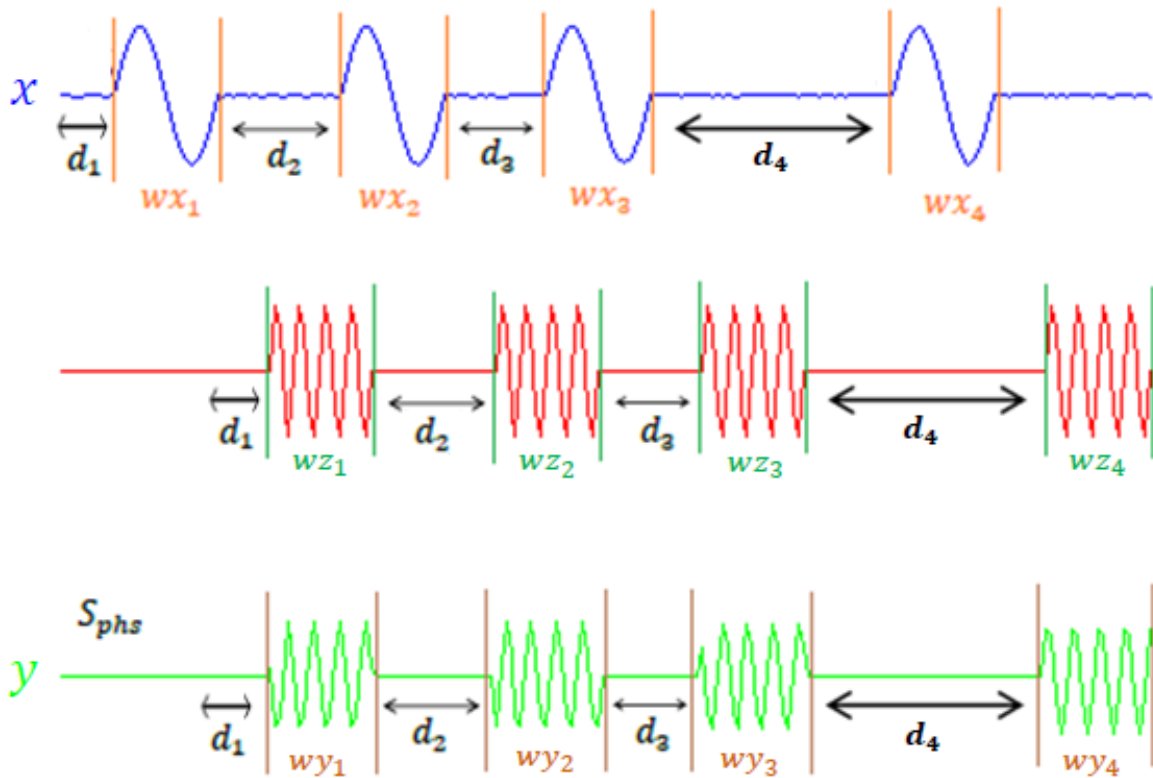


圖 4.1.2：相位偏移 (phase shift) 影響因子

4.1.3 因子三：振幅脹縮 S_{amp}

圖 4.1.3 針對振幅脹縮 (S_{amp}) 這個影響因子，由圖 4.1 延伸討論，高頻訊號 y 是由波形 wy_i 所組成，其波形之變化是因 wz_i 受到 S_{amp} 影響，而造成其波的樣貌變大或變小。

$$wx_i = \sin(2\pi t)$$

$$wy_i = A * \sin(8\pi t)$$

令 A 是以 m_{amp} 為平均數，以 s_{amp} 為標準差的正規分布隨機變數，記作 $A \sim N(m_{amp}, s_{amp})$ ，其中 $A > 0$ 。使 s_{amp} 服從均勻分佈，以確保振幅皆為正數，發生負數的機會很小。我們以 $m_{amp} = 1$ 為波形振幅完全沒有增長的情況下，作脹縮。

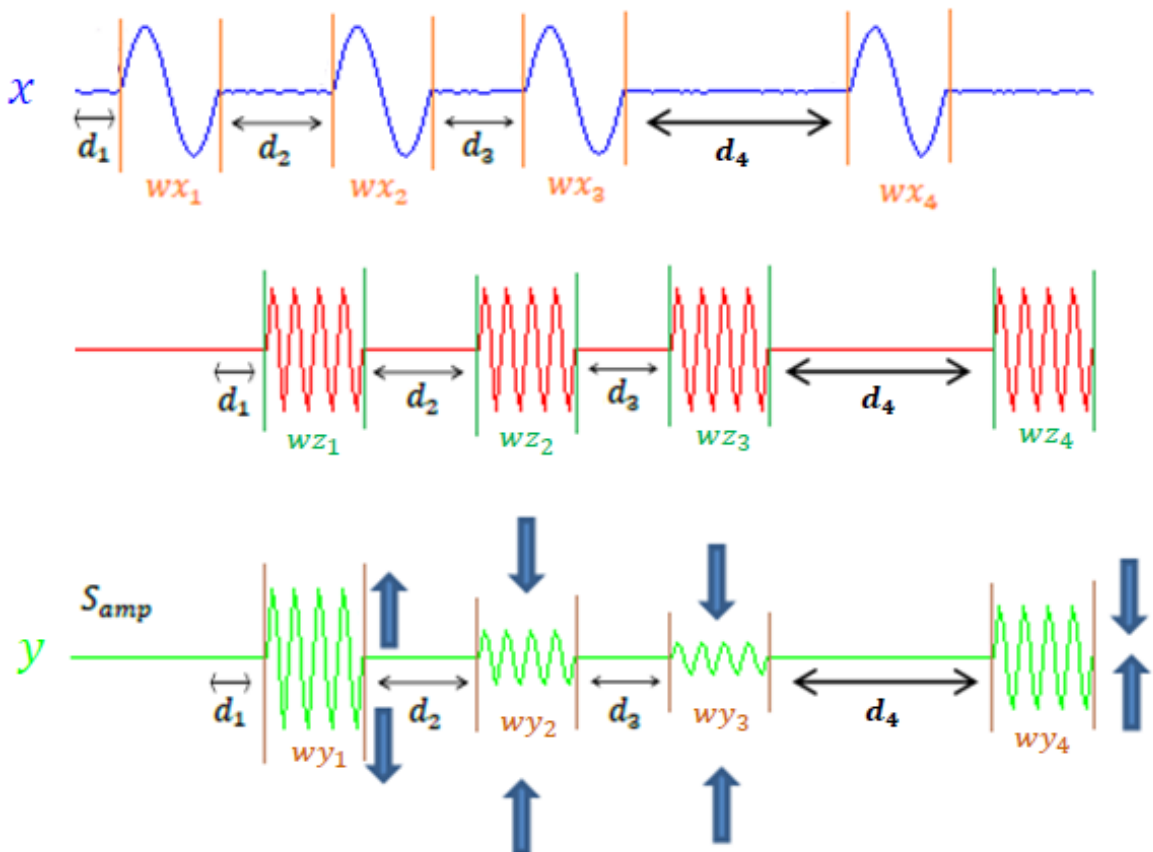


圖 4.1.3：振幅脹縮 (amplitude expansion or contraction) 影響因子

4.1.4 因子四：雜訊水平 S_{noise}

圖 4.1.4 針對雜訊水平 (S_{noise}) 這個影響因子，由圖 4.1 延伸討論，高頻訊號 y 是由波形 wy_i 所組成，其波形之變化是因 wz_i 受到 S_{amp} 的因子擾動影響。

$$wx_i = \sin(2\pi t)$$

$$wy_i = \sin(8\pi t) + \varepsilon(t)$$

$\varepsilon(t)$ 為白雜訊 (white noise)，是獨立同分佈的常態隨機變數 (independent and identically distributed, i.i.d.)，記作 $\varepsilon(t) \sim N(0, S_{noise})$ 。不同於相位偏移及振幅脹縮這兩個干擾因子，只在訊號波形 wy_i 上慘入干擾，在雜訊水平這個因子的模擬裡，則是將 $\varepsilon(t)$ 加在整段高頻訊號 y 上。

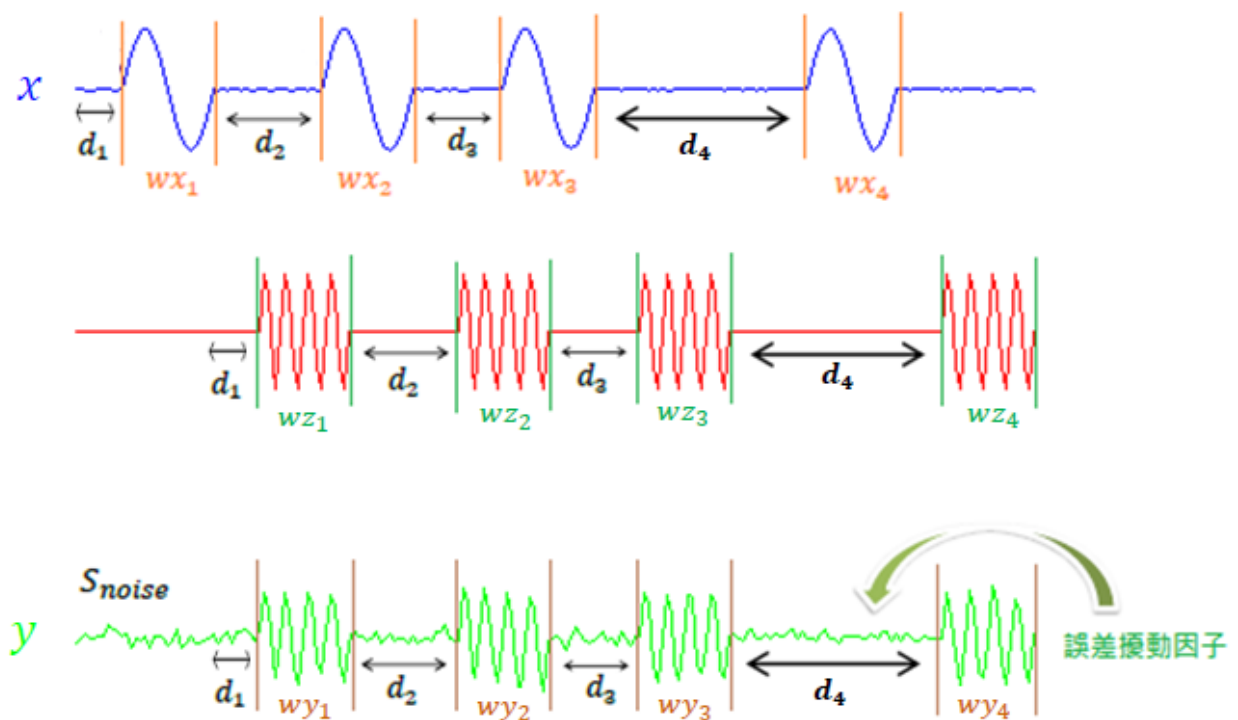


圖 4.1.4：雜訊水平 (noise level) 影響因子

第五章 模擬結果與分析

5.1 單一因子

透過上一章的介紹，對於四個因子的背景及模擬稍有了解。在這一章節，我們模擬的訊號如同第四章所提到的低頻訊號 x 和高頻訊號 z ，兩者訊號波形分別是由 $\sin(2\pi t)$ 和 $\sin(8\pi t)$ 正弦波所產生，波的長度為 1 秒，取樣頻率為 20 Hz。在此，我們設定低頻訊號 x 未受到任何因子干擾，而是將四個干擾因子分別加在高頻訊號 z 上，經過干擾的訊號，我們稱之為 wy_i ，亦稱為高頻訊號 y 。在訊號波形中，每一段波皆受到不同的干擾影響。

當建構完低頻和高頻訊號時，我們將其進行格蘭傑因果分析 (Granger Causality Analysis, GCA)，假設 x 和 z 都是自迴歸模型，然後要假設放了干擾因子到 z 之後，它可以被 x 解釋的程度為何，那個解釋的程度是一個統計的程序，亦是計算 GCI 過程中的一個設定。這程序有個信心水準，達不到 95% 信心水準的 GCI 即不會採用，會重作，直到它的信心水準達到 95% 以上，它才會接受這叫做 GCI。

由於每個干擾因子的標準差都會對應一個 GCI 值，每個標準差亦會決定一個分佈，因此，我們將每個干擾因子的一個標準差視為 1 個回合，每個回合所得到的 GCI 皆由隨機作了 100 次的模擬取平均所得到，以此代表一個分佈。

最後，我們將每個干擾因子標準差的 GCI 繪製成圖表，透過圖表去探討每個干擾因子對 GCI 的影響程度為何。由於四個標準差的性質不同，所呈現出來的標準差範圍亦不同，這部分將在下面各小節分別作說明。

由每個干擾因子標準差的 GCI 所繪製成的圖表上，因隨著標準差的遞增，對於 GCI 有一定的影響程度，所以分別標示出原始未受干擾的 GCI，當其降到 75%、50% 以及 25% 的位置，以便於觀察。

5.1.1 因子一：時間偏移 (S_{lag})

從第四章的模擬架構可知，高頻訊號 y 的每個 wy_i 的發生時間在低頻訊號 x 的 wx_i 的後面 0.5 秒才發生，由於 S_{lag} 是用標準常態分配取出標準差，為了使 wy_i 不會提前於 wx_i 發生，故將範圍設於 0~3 之間。由時間偏移 (S_{lag}) 這個因子去探討一個低頻訊號 x 對一個相對高頻訊號 y 的因果關係 (GCI)， S_{lag} 的考慮以 0.05 為間隔，範圍介於 0~3 之間。

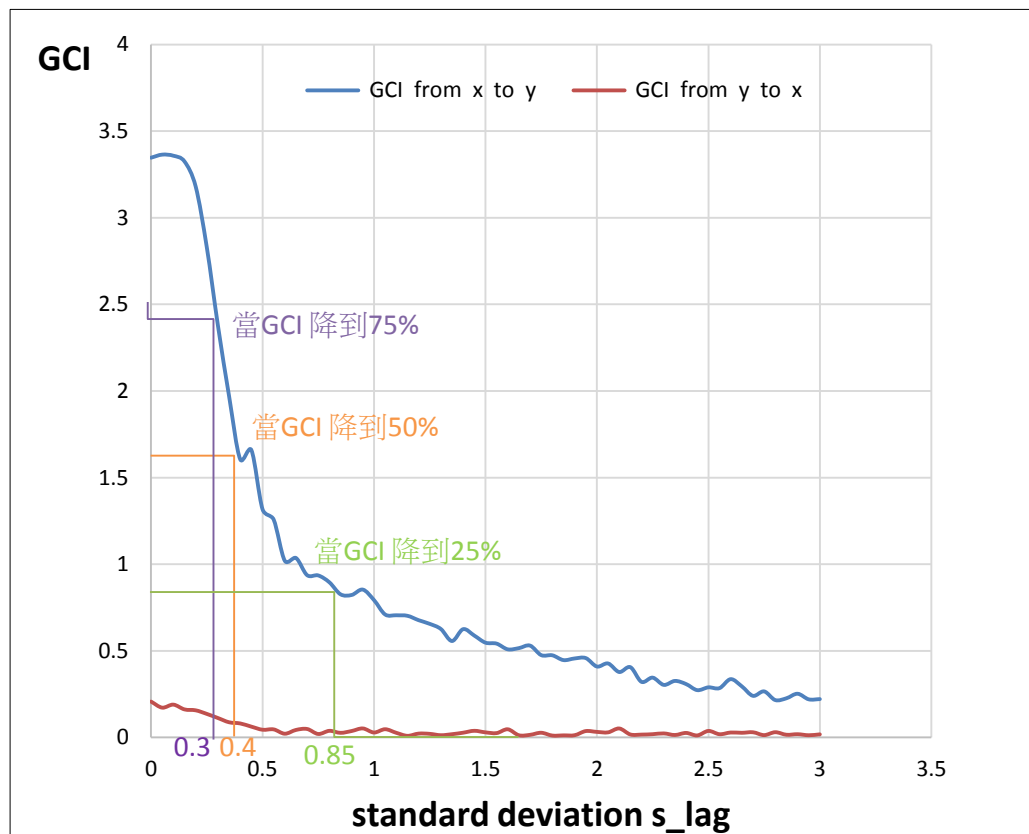


圖 5.1.1：時間偏移標準差干擾之下，訊號 x 和訊號 y 的雙向 GCI 關係圖

5.1.2 因子二：相位偏移 (S_{phs})

由相位偏移 (S_{phs}) 這個因子去探討一個低頻訊號 x 對一個相對高頻訊號 y 的因果關係 (GCI)， S_{phs} 的考慮範圍以 $\frac{\pi}{100}$ 為間隔，介於 $0 \sim \frac{2}{3}\pi$ 之間。

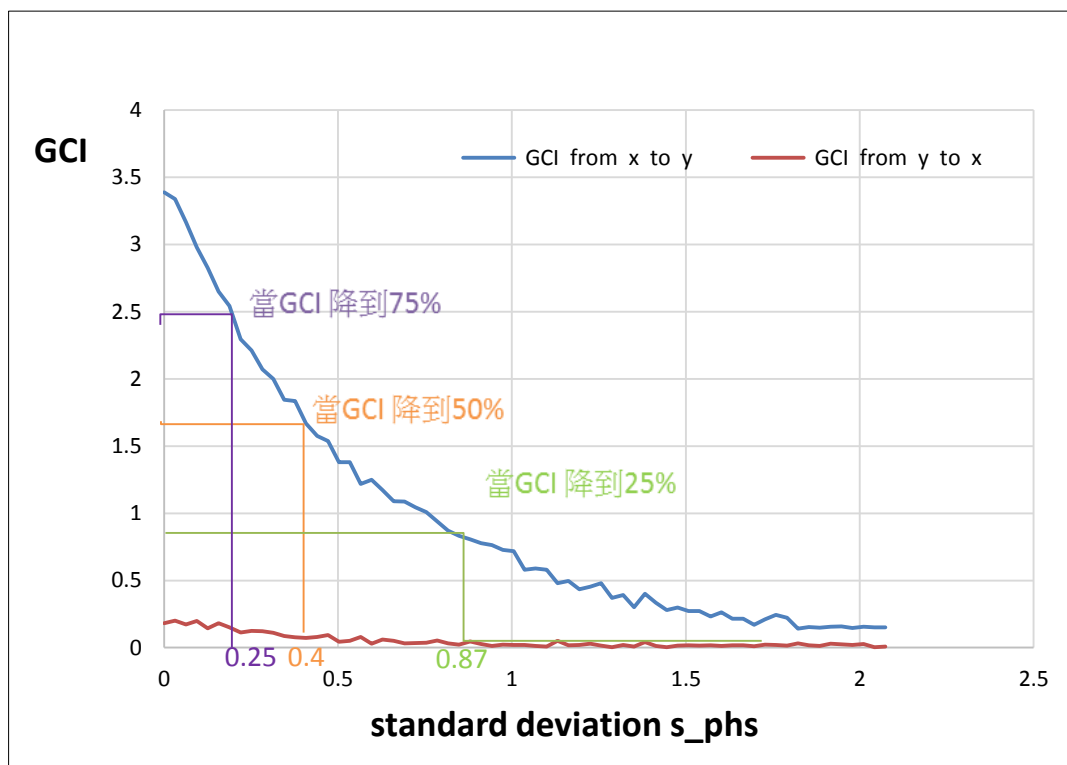


圖 5.1.2：相位偏移標準差干擾之下，訊號 x 和訊號 y 的雙向 GCI 關係圖

5.1.3 因子三：振幅脹縮 (S_{amp})

由振幅脹縮 (S_{amp}) 這個因子去探討一個低頻訊號 x 對一個相對高頻訊號 y 的因果關係 (GCI), S_{amp} 的考慮範圍以 0.01 為間隔, 介於 0~1 之間。由於干擾是隨機取樣, 為確保振幅恆正, 故將範圍設定於 0~1 之間, 如果 S_{amp} 的設定值超過 1, 發生負值的機會便會大幅提升, 如此一來, 便不符定義。由圖可發現, 在這區間裡, 訊號間的因果關係受到振幅脹縮的影響並不大, GCI 只降到原始的 40% 左右。

另外, 在理想的狀態, 亦所謂處於沒有雜訊的情況下, 振幅若同時脹縮, 它和原本訊號的相對關係是不會受影響的。

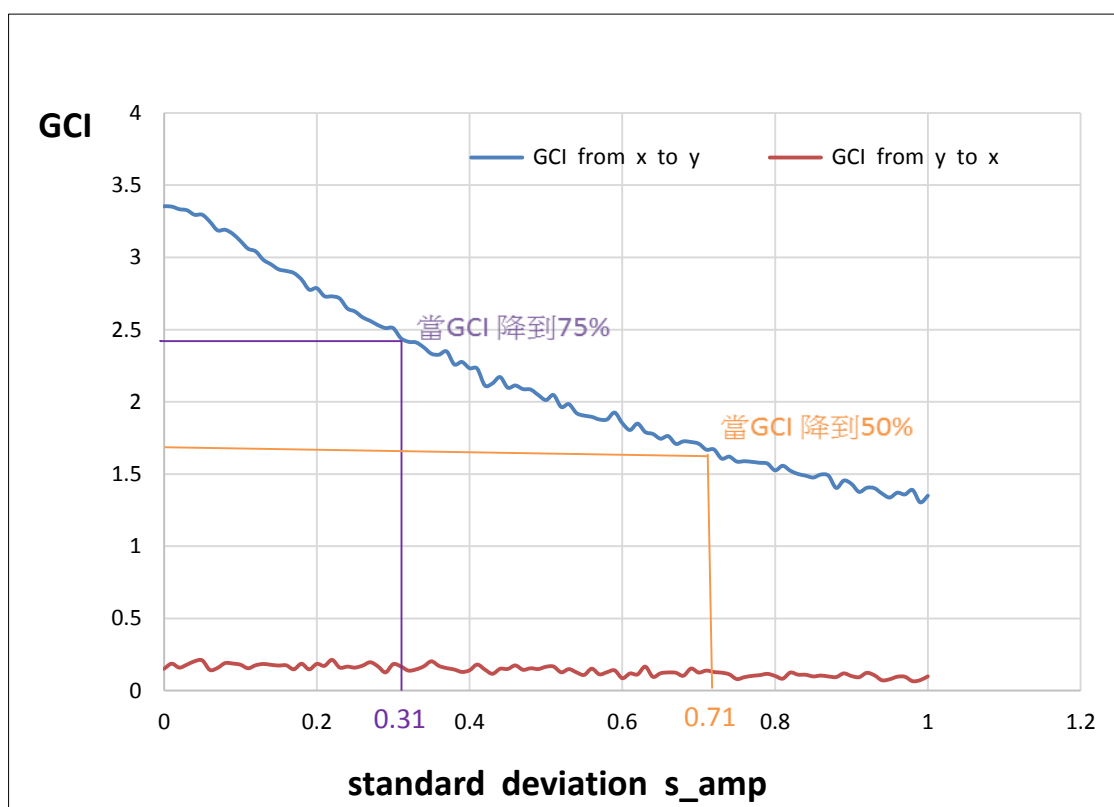


圖 5.1.3：振幅脹縮標準差干擾之下，訊號 x 和訊號 y 的雙向 GCI 關係圖

5.1.4 因子四：雜訊水平 (S_{noise})

相較於前面三個干擾因子，雜訊水平 (S_{noise}) 對於 GCI 的影響更大，故模擬範圍只設定至 0.8，便可明顯看出 GCI 已降到原始的 25% 以下。由雜訊水平 (S_{noise}) 這個因子去探討一個低頻訊號 x 對一個相對高頻訊號 y 的因果關係 (GCI)， S_{noise} 的考慮範圍以 0.01 為間隔，介於 0 ~ 0.8 之間。

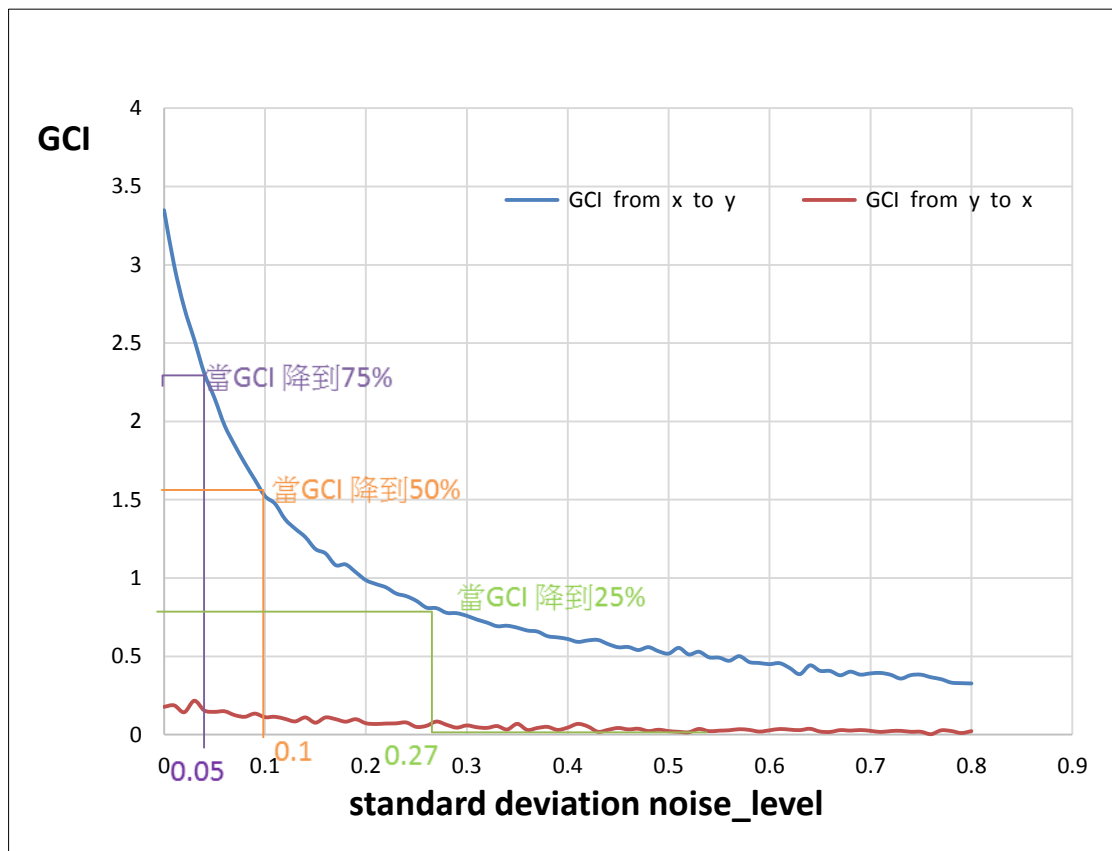


圖 5.1.4：雜訊水平標準差干擾之下，訊號 x 和訊號 y 的雙向 GCI 關係圖

5.2 雙因子

5.1 節所模擬的單一因子，單純只在二維空間下，去觀察每個因子的標準差對於 GCI 的影響程度為何。這節我們將多加入一個因子去做模擬，由此去觀察當兩個因子同時發生時，兩個因子的比重大小對於 GCI 的影響程度是更加劇烈或緩和。

在這節裡，我們並沒將所有情況一一討論，而是由 5.1 節的單一因子模擬觀察得到，在四個因子裡，就屬 S_{lag} 對於 GCI 的影響程度最小，在可容忍的範圍內，我們從圖 5.2.1 三維空間的概念轉換成圖 5.2.2 二維空間的想法，圖 5.2.2 中每個格子都代表一個 GCI。故我們固定 S_{lag} ，進而去調動 S_{phs} 、 S_{amp} 和 S_{noise} ，希望藉由雙因子的組合，能更清楚明白各個因子對 GCI 的影響為何。

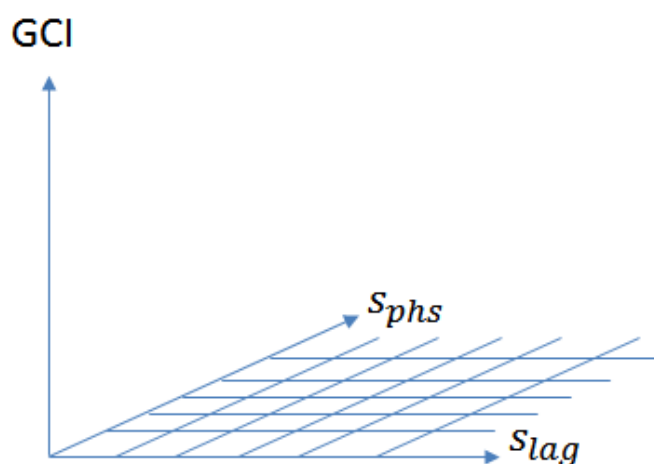


圖 5.2(a)：雙因子 S_{lag} 、 S_{phs} 和 GCI 的矩形座標系統

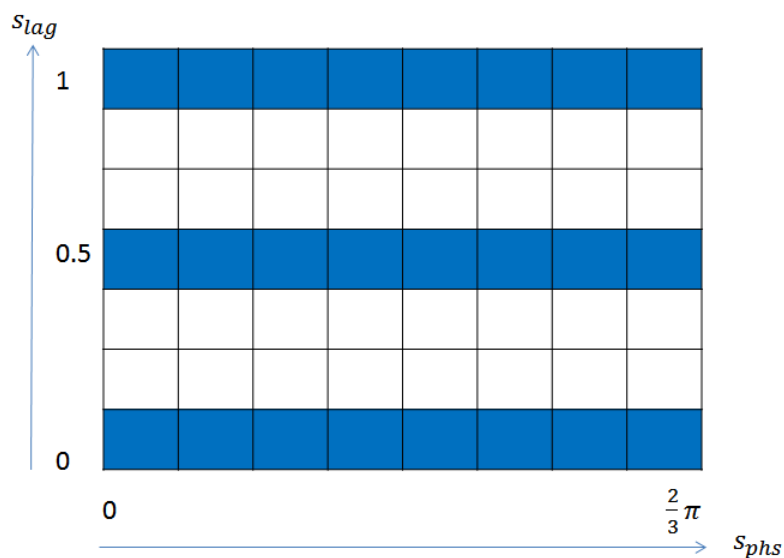


圖 5.2(b)：雙因子 S_{lag} 、 S_{phs} 的平面座標系統

下面三張圖分別為 $S_{lag} = 0$ 、 $S_{lag} = 0.5$ 、 $S_{lag} = 1$ 之原始訊號示意圖，

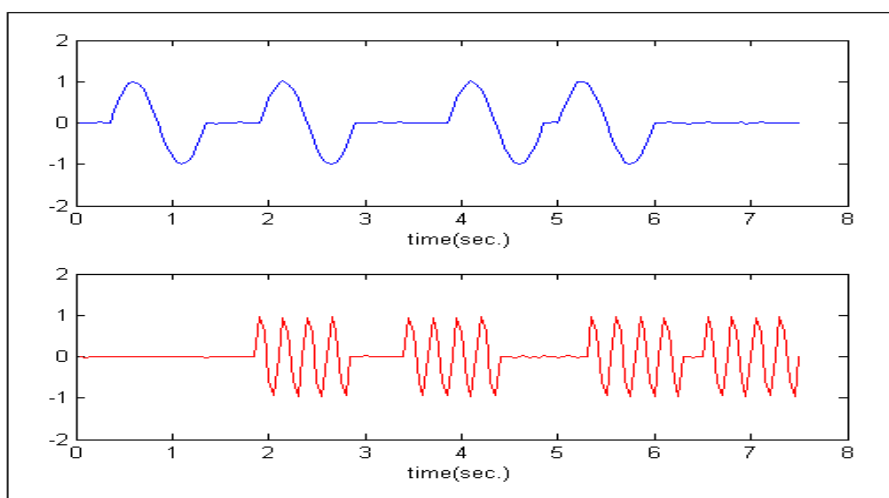


圖 5.2(c) : $S_{lag} = 0$ 原始訊號圖

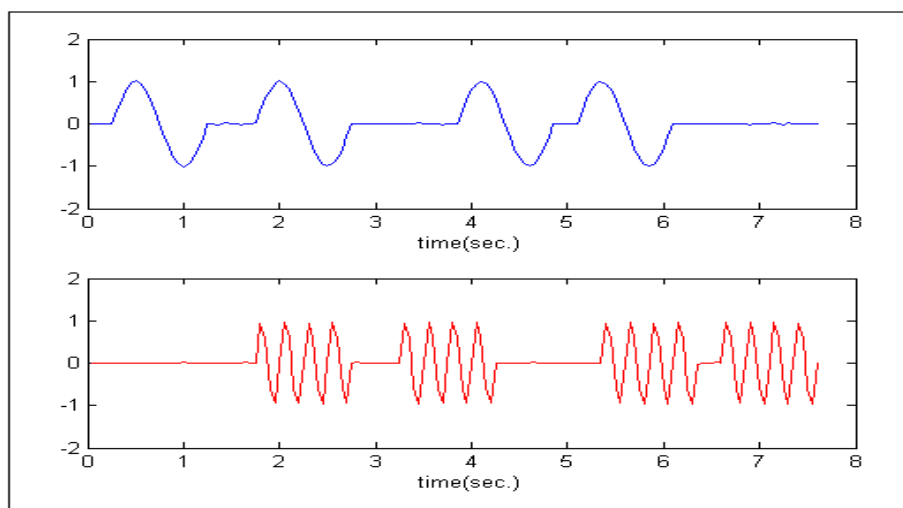


圖 5.2(d) : $S_{lag} = 0.5$ 原始訊號圖

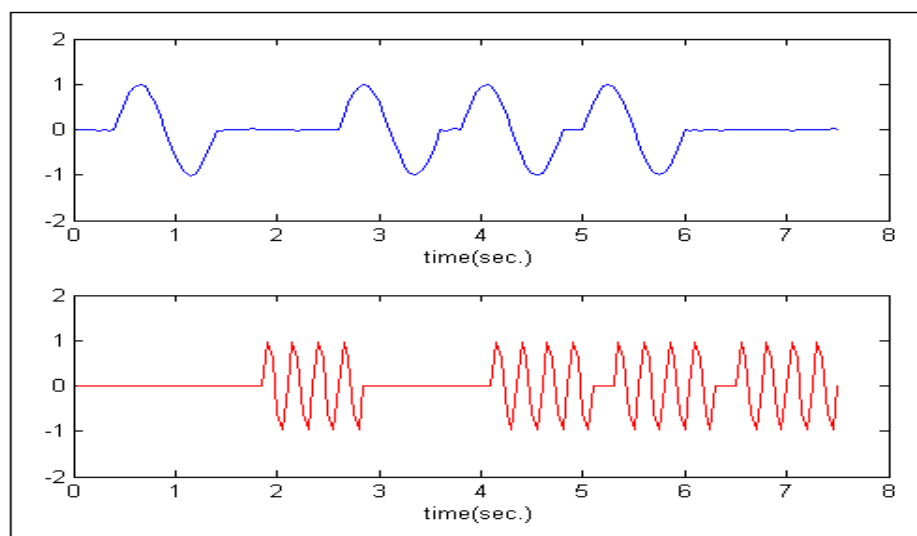


圖 5.2(e) : $S_{lag} = 1$ 原始訊號圖

5.2.1 S_{lag} & S_{phs}

圖 5.2.1 為 $S_{lag} = 0$ 、 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{phs} 從 0 到 $\frac{2}{3}\pi$ ，低頻 x 對高頻 y 的因果關係 (GCI)。明顯的，當 S_{lag} 從 0 調動至 0.5 時， S_{phs} 因子的 GCI 曲線有大幅的下降。

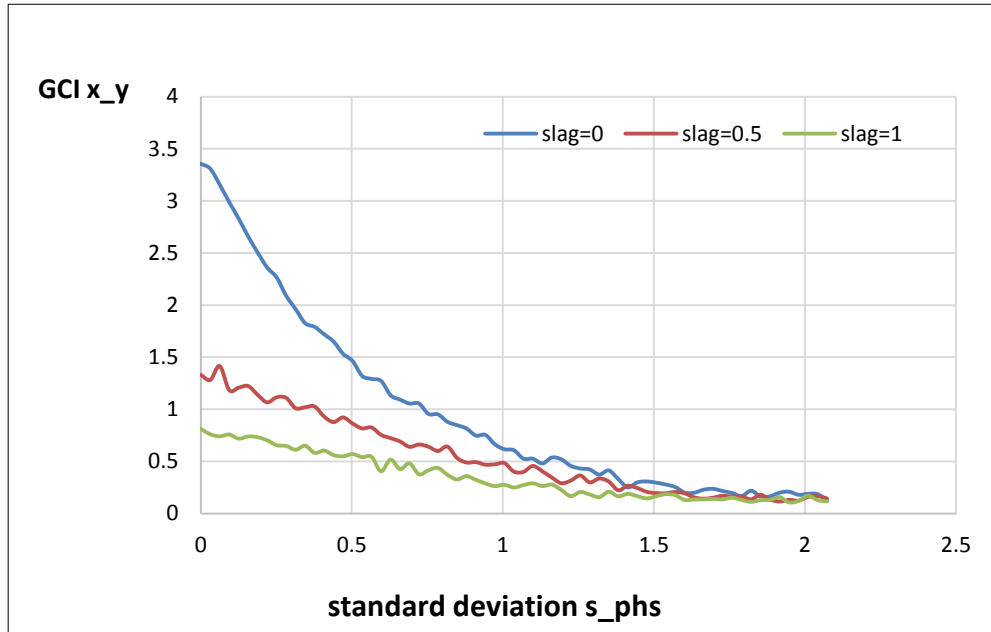


圖 5.2.1(a) : $S_{lag} = 0$ 、 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{phs} 從 0 到 $\frac{2}{3}\pi$ ，訊號 x 對訊號 y 的 GCI

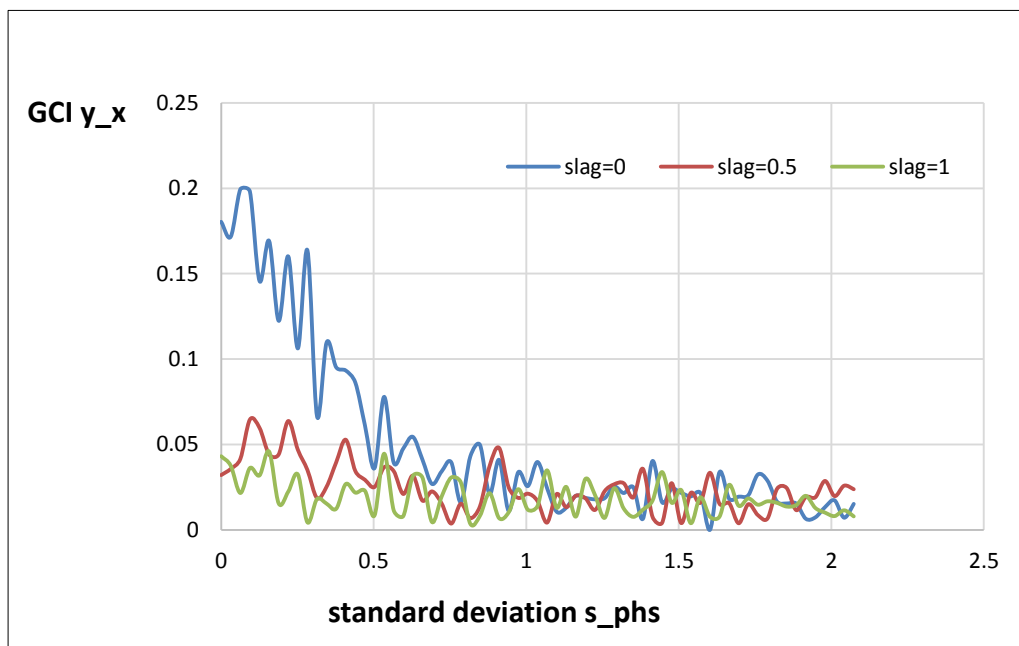


圖 5.2.1(b) : $S_{lag} = 0$ 、 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{phs} 從 0 到 $\frac{2}{3}\pi$ ，訊號 y 對訊號 x 的 GCI

5.2.2 S_{lag} & S_{amp}

圖 5.2.2 為 $S_{lag} = 0$ 以及 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{amp} 從 0 到 2，低頻 x 對高頻 y 的因果關係 (GCI)。明顯的，當 S_{lag} 從 0 調動至 0.5 時， S_{amp} 因子的 GCI 曲線有大幅的下降。

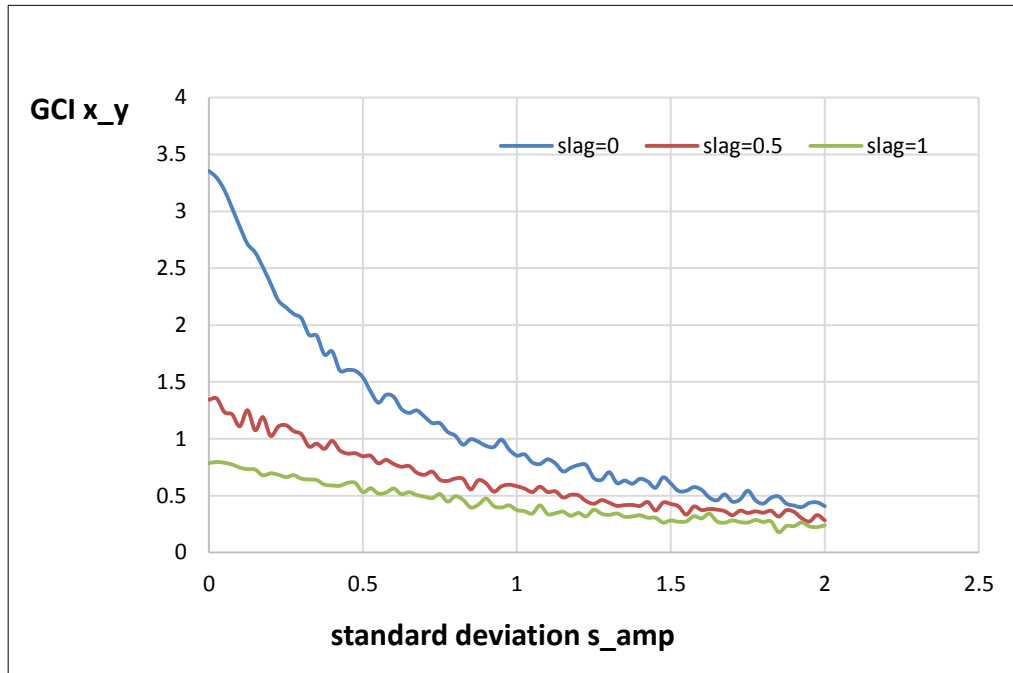


圖 5.2.2(a) : $S_{lag} = 0$ 、 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{amp} 從 0 到 2，訊號 x 對訊號 y 的 GCI

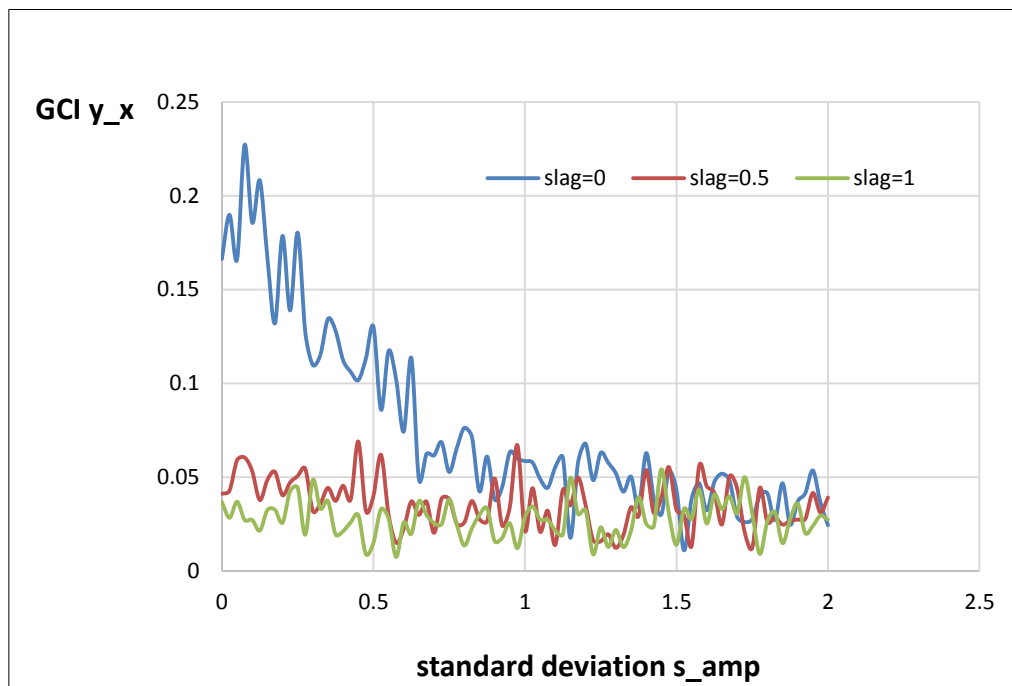


圖 5.2.2(b) : $S_{lag} = 0$ 、 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{amp} 從 0 到 2，訊號 y 對訊號 x 的 GCI

5.2.3 S_{lag} & S_{noise}

圖 5.2.3 為 $S_{lag} = 0$ 以及 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{noise} 從 0 到 0.8，低頻 x 對高頻 y 的因果關係 (GCI)。明顯的，當 S_{lag} 從 0 調動至 0.5 時， S_{noise} 因子的 GCI 曲線有大幅的下降。

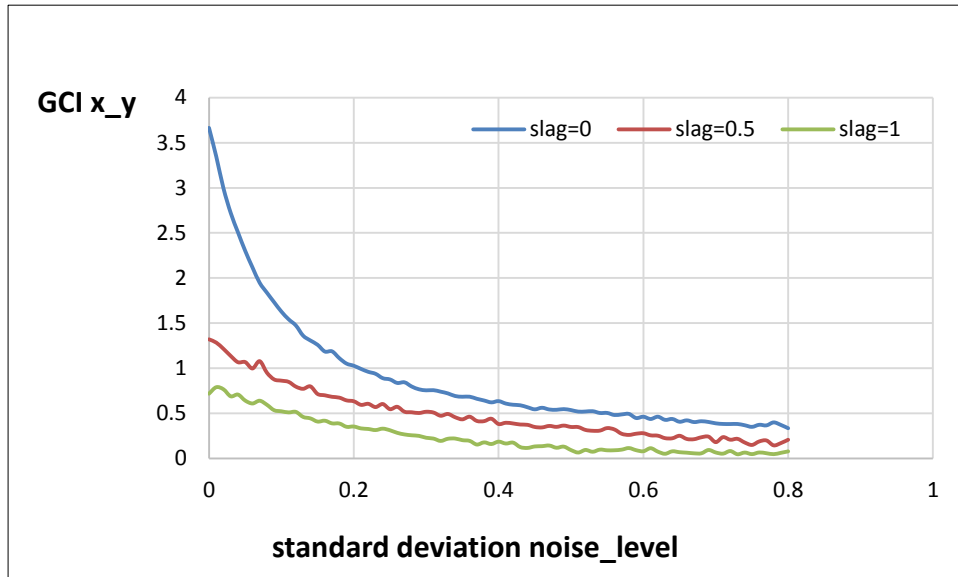


圖 5.2.3(a) : $S_{lag} = 0$ 、 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{noise} 從 0 到 0.8，訊號 x 對訊號 y 的 GCI

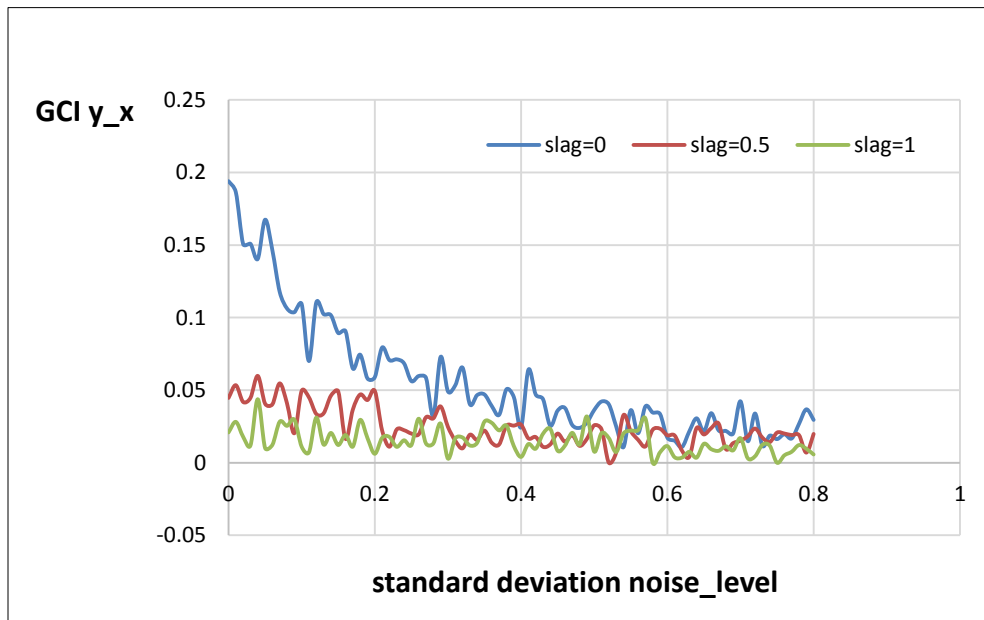


圖 5.2.3(b) : $S_{lag} = 0$ 、 $S_{lag} = 0.5$ 及 $S_{lag} = 1$ 時， S_{noise} 從 0 到 0.8，訊號 y 對訊號 x 的 GCI

第六章 結論

本論文的研究目的是想要了解時間偏移、相位偏移、振幅脹縮與雜訊水平這四個因子，對於低頻訊號和相對高頻訊號彼此間的因果關係影響程度為何。經過前一章的分析與討論，我們對於各因子影響 GCI 的程度，有了進一步的認識。在此，我們整理本研究的結論以及過程中的發現。

條列本研究的結論與發現於下。

1. 我們從圖 5.1.3 便可發現在 S_{amp} 在所設定的區間裡，GCI 只降到原始的 40% 左右，並未如同其他三種干擾因子，實際發生了 GCI 降至原始 25% 的位置，這造成的原因在於為確保振幅恆正。因此，我們假設振幅脹縮這個干擾因子會使 GCI 指數下降，並利用模擬所得的 101 個數據，取得最適曲線 $y = 3.3451e^{-0.9653x}$ 。根據此迴歸模型，外插得到 $S_{amp} = 1.43$ 的時候，GCI 會降至 25%。

有了指數下降模型之後，理論上，對於 S_{amp} 的設定便不侷限於 0~1 之間， S_{amp} 可以無限大。但是，為了比較四種干擾因子，我們假設振幅脹縮的 GCI 會如同其他三者降到 0.3 的位置，因此，根據所得到的指數下降曲線，可以求得振幅脹縮的標準差 $S_{amp} = 2.5$ 。我們發現當振幅上下脹縮達到約 2.5 倍的時候，此時它的 GCI 便不足以作為參考依據。

下圖為模擬中，振幅脹縮標準差干擾之下，低頻訊號 x 對高頻訊號 y 的 GCI 曲線，以及上述最適曲線的比較圖。

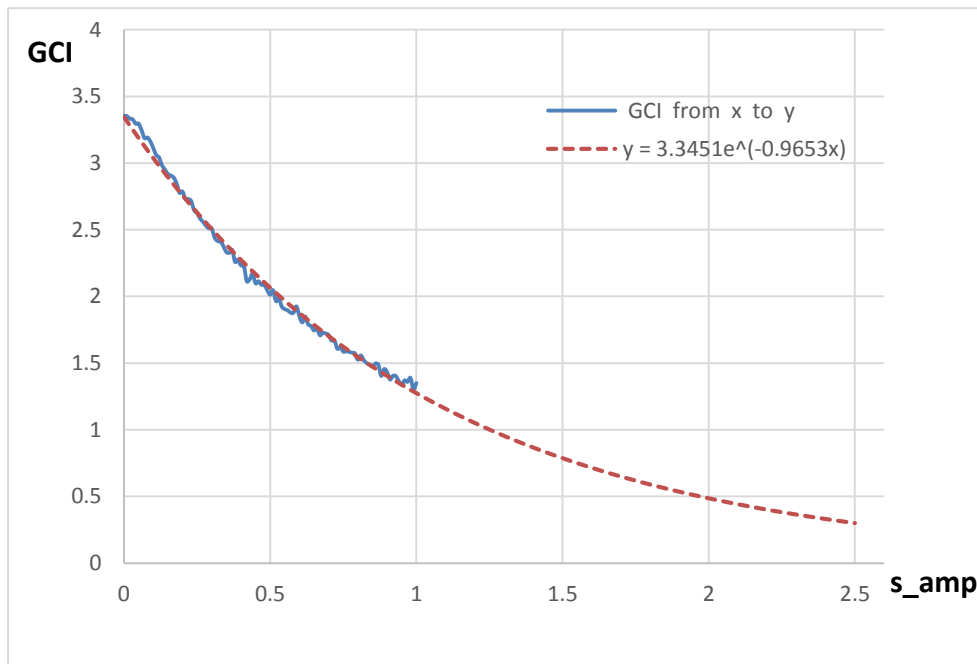


圖 6.1：振幅脹縮標準差干擾之下，訊號 x 對訊號 y 的 GCI 曲線以及最適曲線的比較圖。

在模擬裡，每個干擾因子皆有不同的區間範圍，在其變化範圍內對於 GCI 的影響程度，我們在此稱為相對影響力。以時間偏移這個干擾因子為例，在模擬所設定的區間範圍內，當變化範圍達到 10% 時，GCI 已下降至 75%；變化範圍達到 13% 時，GCI 已下降至 50%；變化範圍達到 28.3% 時，GCI 已下降至 25%。

2. 圖 6.2 是將第五章所模擬的各因子對於低頻訊號 x 對高頻訊號 y 的 GCI 趨勢圖合併在一起，藉此觀察其特點。另此圖的橫軸是將四種干擾因子的標準差合併在一條數線上，以便比較它們的趨勢，所以它本身沒有單位。

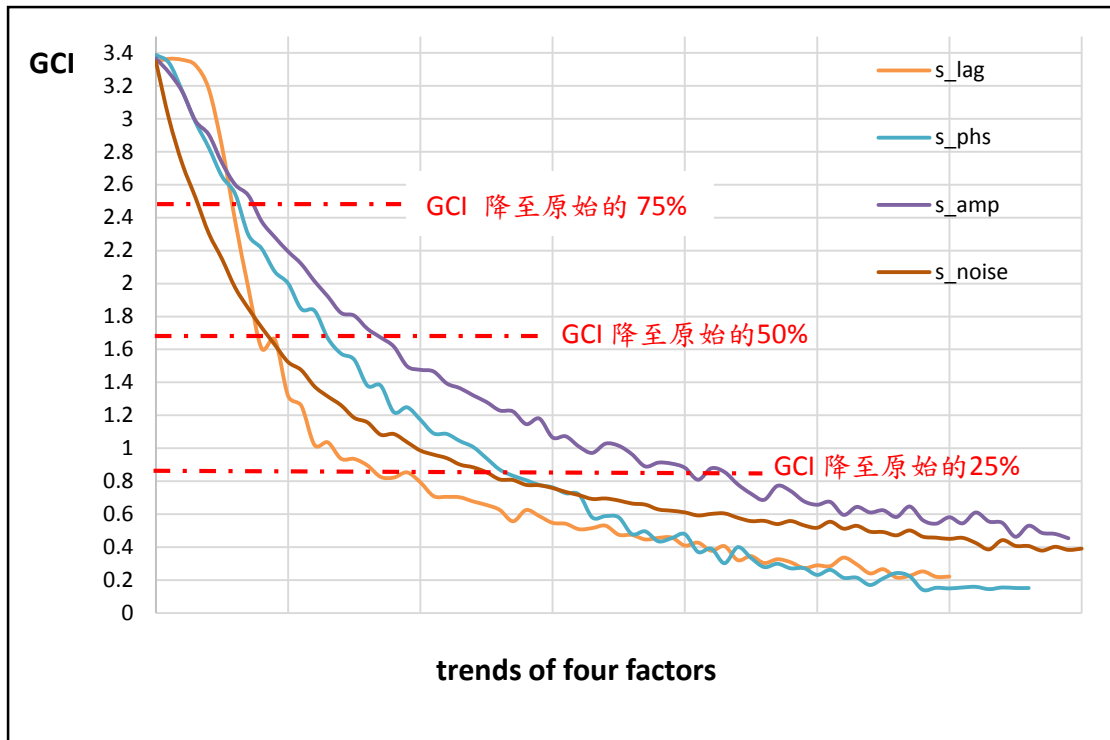


圖 6.2：四干擾因子的趨勢圖

由圖可以觀察到以下現象。

- (a) 時間偏移和其他三者有明顯的不同，相位偏移、振幅脹縮及雜訊水平皆是平滑的指數下降，漸近地影響 GCI；而時間偏移呈現出非漸近的變化，它有兩個階段，一為幾乎不影響的階段，一為指數下降的階段。時間偏移在一小段區間裡對於 GCI 較無影響，影響力最低，但是，當它一旦開始有影響的時候，也就是當時間偏移的標準差超過 0.015 秒時（時間偏移模擬的標準差範圍是 0 ~ 0.15 秒），它的指數下降比其他三者還要陡峭，下降的速度更迅速，對於 GCI 的影響卻是四者中最大。
- (b) 雜訊水平的影響則是只要一丁點的變動，即會造成 GCI 的影響，當其超過原始 GCI 的 25% 之後，對於 GCI 所造成的變化便會趨緩。

(c) 在四個干擾因子中，振幅脹縮對於 GCI 的影響是最不嚴重的；雜訊水平對於 GCI 的影響形式是最穩定的。

(d) 在 GCI 降至原始的 75% 以前，我們可以觀察到時間偏移、相位偏移及振幅脹縮相對於 GCI 的影響，相對於雜訊水平是影響不大的。

在 GCI 降至原始的 75% 至 50% 之間時，時間偏移的衰退率（曲線坡度）最大，但影響 GCI 的程度依序（由小到大）為振幅脹縮、相位偏移、時間偏移、雜訊水平。時間偏移和雜訊水平在 50% 交叉，此時時間偏移對於 GCI 的影響力超過雜訊水平。

在 GCI 降至原始的 50% 至 25% 之間時，四者的衰退率差不多，影響 GCI 的程度依序（由小到大）為振幅脹縮、相位偏移、雜訊水平、時間偏移。

當 GCI 降至原始的 25% 以下時，我們可以判定接下來的資訊並不具太大的意義。由於相位偏移對於 GCI 的影響一直都不是最糟的，比時間偏移和雜訊水平都好，但當 GCI 在降至原始的 15% 時，會發現到相位偏移變得和時間偏移一樣糟，反而雜訊水平對於 GCI 的影響較相位偏移來的好。

(e) 在 GCI 從原始的 75% 降到 25% 這兩段區間內，時間偏移和雜訊水平這兩個干擾因子是互有消長的，振幅脹縮是最不嚴重的，其次為相位偏移。

3. 從雙因子模擬，我們固定時間偏移（ S_{lag} ）因子，進而去調動其他三個因子時，透過圖 5.2.1、圖 5.2.2 和圖 5.2.3，可以觀察到不管是訊號 x 對訊號 y 的 GCI 或訊號 y 對訊號 x 的 GCI，時間偏移（ S_{lag} ）和雜訊水平（ S_{noise} ）這

兩個因子同時對訊號產生干擾的話，GCI 曲線下降的程度相較於相位偏移 (S_{phs}) 或振幅脹縮 (S_{amp}) 更為明顯，這也顯示雜訊水平對於因果關係的容忍度較小許多，只要雜訊水平強度稍大，就足以影響訊號波形，進而影響到 GCI 的判別。

4. 由模擬可發現，所有的干擾因子都不會改變高頻訊號 y 對低頻訊號 x 沒有因果關係的事實。
5. 針對振幅脹縮這個干擾因子，由模擬可以發現，訊號單純受到振幅脹縮的影響很小。當只存在振幅脹縮和雜訊水平兩者干擾時，若造成的影響很嚴重，由此可以簡單推論，應該是雜訊所造成的影響。

第七章 討論與未來展望

7.1 討論

由第一、二章所提到的各種不同成因的干擾情況，大致上分成四大類：時間偏移、相位偏移、振幅脹縮以及雜訊水平。

時間偏移 (Time Shift) 指的是兩訊號的取得，在記錄的起始點並沒有同步開始的狀況。這種狀況一般會出現在所要量測的兩條訊號是不同種類的，必須經由兩套不同的儀器才能取得。因為在兩台機器的同步化觸發之設計上，由於需要透過第三方刺激器的協助，因此可能會有些誤差，此時就可能有時間偏移的狀況產生。但是，這樣的誤差通常不會太大，應該在毫秒的層次內，因為一旦誤差大了，操作者就會發現。若是因為兩台儀器在取樣過程中，儀器的時間設定的有相對誤差，就有可能產生兩訊號間的相位不穩定，就可能會有相位偏移 (phase shift) 的問題產生。相位偏移指的是兩個信號之間相位的差值，以角度 ϕ 為相角單位。

振幅脹縮 (amplitude expansion or contraction) 指的是訊號波形的樣貌變大或變小。這種情況可能因為電極固定不良、或探測訊號的電極與測量標的間的距離不穩定，以致取得的訊號之強度產生週期性或偶發的變化時，所造成的振幅改變，亦可能會受電流能量大小而改變，能量變化越大，振幅的振盪也會越大。

雜訊水平 (noise level) 指的是當訊號在傳輸過程中，會受到一些外在能量所產生訊號干擾，這些能量即雜訊，能量的來源可能來自實驗時電極導線的晃動、測量肌電位時受到心跳的干擾等等。在實驗的過程中，雜訊無所不在，本文以白雜訊為主。

這些各種不同來源、不同成因的雜訊與干擾，會讓我們所擷取訊號產生各種不同程度失真，事實上，我們因此無法取得完全詳實反映實驗結果的數據。在實驗過程中，都可能存在不可避免的雜訊或是操作上誤差的干擾。所以，當我們使用這些訊號要做 GCI 分析時，可能會因此影響分析的正確性，而誤判神經網路間的訊息流向。因此，在這篇論文裡面，我們希望模擬各種可能的干擾狀況，來觀察這些干擾因子到底會對於 GCI 的正確性造成什麼樣的影響。在這章節裡，將針對我們的模擬結果做討論以及模擬設計上做檢討。

1. 在這篇論文裡，由於只針對低頻訊號對高頻訊號做模擬，所模擬的頻率只介於 1 赫茲~4 赫茲，這邊的高低頻訊號是一種相對的概念，此模擬方法亦可用於高頻訊號對低頻訊號或兩低頻訊號又或兩高頻訊號的這些情況。

舉凡所有不希望接受到的訊號都可以稱作“雜訊”。當訊號在傳輸過程中，會受到一些外在能量所產生訊號干擾，這些能量即雜訊。雜訊通常會造成訊號的失真。其來源除了來自系統外部，亦有可能由接收系統本身產生。雜訊的強度通常都是與訊號頻寬成正比，所以當訊號頻寬越寬，雜訊的干擾也會越大。我們在模擬雜訊水平這影響因子時，使用的為白雜訊，但是，由於形成雜訊的種類有很多種，這些不同雜訊若考慮進我們的模型，GCI 所受的影響可能會更大。

2. 透過第五章，由單因子模擬結果來看，在考慮使用 GCI 分析訊號的時候，需要先估計這四種干擾因子可能的大小，在此提供使用者關於四個干擾因子範圍的建議，以所模擬的 GCI 降到原本的 50% 為基準，當其大小介於這範圍內，干擾因子所造成的誤差將可以被接受。

因子	標準差範圍
時間偏移	0~0.4
相位偏移	0~0.4
振幅脹縮	0~0.71
雜訊水平	0~0.1

3. 一般而言，在探討因果關係的過程中，收集到的訊號必須為連續訊號，因此點訊號即不再考慮範圍。如果今天所蒐集到的訊號為點訊號，如血壓，亦想探討各個干擾因子對其因果關係判讀之影響，便可透過數值模擬，將收集到的點訊號視為 firing 的點，以 kernel fitting 的方式轉換成連續訊號，進一步計算 GCI。

7.2 探討與未來展望

由第四章的模擬設計，了解到點訊號的生成、如何產生低頻訊號和高頻訊號的波形以及針對四個干擾因子對訊號波形產生的影響提出簡述；另一方面，透過程式編寫，藉由數學方法，進一步去探討訊號間彼此的因果性為何。

第五章我們透過不同參數設定的四因子，得到單獨影響因子與 GCI 的關係圖，由於透過肉眼無法準確得知曲線的緩趨點為何，所以，我們進一步透過有限差分 (finite difference) 計算割線斜率，透過觀察其變化率找到轉折點，如此一來，更能準確得知四因子對於低頻訊號和高頻訊號彼此間的因果關係 (GCI) 影響大小為何。從單因子模擬可以得知，時間偏移 (S_{lag}) 此因子的表現，相較於其他三者，對 GCI 的影響最小；反之，雜訊水平 (S_{noise}) 對 GCI 的影響最大。

然而，為了能更明白因子間的影響劇烈程度為何，我們藉由兩兩組合，觀察雙因子組合下對 GCI 的影響程度。由雙因子模擬，可以發現當我們固定時間偏移 (S_{lag}) 因子時，進而去調動其他三因子時，時間偏移 (S_{lag}) 和雜訊水平 (S_{noise}) 的 GCI 曲線下降最多，這也顯示雜訊水平對於因果性的容忍度相對小很多，只要雜訊水平強度稍大，就足以影響訊號波形，進而影響到 GCI 的判別。

由單因子模擬及雙因子模擬的綜合討論，可以得知，雜訊水平因子對 GCI 的影響最為強烈，只要超過某個界線，就足以拖垮 GCI 的判別，更何況是同時作四因子的組合模擬。越多因子的組合，對於其 GCI 判別的失真程度亦會提高。在腦神經迴路的實驗中亦是如此，當外界的干擾因子越多的話，所獲得實驗的真實性亦會降低，進而影響因果關係的判斷，所造成的誤差也會越大。

所以，當我們所擁有的神經訊號越多，不管是動作電位放電時間點的離散訊號，或是像鈣離子濃度變化那樣的連續訊號，不同成因的雜訊與干擾因子也會隨之增加，所擷取的訊號亦會產生各種不同程度失真。如何確保收集到的資料數據百分之百詳實呢？事實上，我們無法取得完全詳實反映實驗結果的數據。因此，當我們準備以 GC 來分析神經網路的訊息流向關係時，可以先一步透過數學方法分析及模擬，判斷這些雜訊與干擾會對 GC 的計算結果產生多少誤差，若誤差太大，則可能會影響到判讀訊息流向的準確度。

在這篇研究裡，我們尚未對四因子的選取範圍給出的實質的區間，只透過數值模擬來判斷四因子對兩神經訊號之因果關係 (GCI) 的影響程度為何。我們期許未來能夠對四因子各自的範圍給出更準確的區間，如此一來，對於判斷因子對訊號間影響的因果關係能更有所幫助。

參考文獻

1. Baccala, L. A., & Sameshima, K. (2001). Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination. *Biological Cybernetics*, 84, 463–474.
2. Bressler, S. L., Richter, C. G., Chen, Y., & Ding, M. (2007). Cortical functional network organization from autoregressive modeling of local field potential oscillations. *Statistics in Medicine*, 26, 3875–3885.
3. Cadotte, A. J., DeMarse, T. B., He, P., & Ding, M. (2008). Causal measures of structure and plasticity in simulated and living neural networks. *PLoS Computational Biology*, 3, 1–14.
4. Cadotte, A. J., DeMarse, T. B., Mareci, T. H., Parekh, M. B., Talathi, S. S., Hwang, D.U., et al. (2010). Granger causality relationships between local field potentials in an animal model of temporal lobe epilepsy. *Journal of Neuroscience Methods*, 189, 121–129.
5. Dhamala, M., Rangarajan, G., & Ding, M. (2008). Analyzing information flow in brain networks with nonparametric Granger causality. *NeuroImage*, 41, 354–362.
6. Granger, C. W. J. and P. Newbold, Spurious regression in econometrics, *Journal of Econometrics* 2 (1974) 111–120.
7. György Buzsáki, Costas A. Anastassiou & Christof Koch (2012). The origin of extracellular fields and currents — EEG, ECoG, LFP and spikes. *Nature Reviews Neuroscience* 13, 407–420.
8. Zhang, L., Chen, G., Niu, R., Wei, W., Ma, X., Xu, J., et al. (2012). Hippocampal theta-driving cells revealed by Granger causality. *Hippocampus*, 8, 1781–

1793.

9. 林晉安，以非侵入式連續血壓探討周邊血管特性，中原大學生物醫學工程學系碩士論文，2007。
10. 張峰碩，建構非侵入式連續血壓量測系統以評估血管系統之數學模型，中原大學生物醫學工程學系碩士論文，2005。
11. 邵培強，以自迴歸模型分析神經元訊號間之因果關係，國立中央大學碩士論文，2011。

附錄

附錄一：主程式分析之 Matlab 程式

A. 參數設定

```
% simulation
```

1. clear all
2. close all
3. clc

4. $s_lag = 1;$ % 時間偏移(S_{lag})，考慮範圍：0~3，以 $s_lag = 1$ 為例
 5. $s_phs = \pi/10;$ % 相位偏移(S_{phs})，考慮範圍：0~ π ，以 $s_phs = \pi/10$ 為例
 6. $s_amp = 0.5;$ % 振幅脹縮(S_{amp})，考慮範圍：0~3，以 $s_amp = 0.5$ 為例
 7. $noise_level = 0.01;$ % 雜訊水平(S_{noise})，考慮範圍：0~0.3，以 $noise_level = 0.01$ 為例

 8. $m_lag = 10;$ % m_lag 是平均時間偏移，以 10 秒前後偏移
 9. $m_phs = 0;$ % m_phs 是平均相位偏移，是從 0 為基準，左右(正負)作 s_phs 偏移
 10. $m_amp = 1;$ % m_amp 是平均振幅脹縮，以 1 為波形振幅完全沒有增長的情況下，作脹縮。其中， $m_amp > 1$ ，振幅變化大； $m_amp < 1$ ，振幅變化小。

 11. $r_fire = 2;$ % r_fire 為產生點訊號的頻率
 12. $T_fire = 2;$ % T_fire 為產生點訊號的時間
-

B. 解析度設定

```
% 1~2. 時間解析度，以 1 秒為時間長度，取 0.05 秒為時間間隔
```

1. $dt = 0.05;$
2. $t = 0 : dt : 1;$ % 時間解析度，以 1 秒為時間長度，取 0.05 秒為時間間隔

3. $N = \text{length}(t);$
4. $k1 = 2*\pi;$ % 設定波形解析度，低頻訊號 x 的波形頻率 $k1 = 2\pi$ ，相當於 1 赫茲
5. $k2 = 8*\pi;$ % 設定波形解析度，高頻訊號 y 的波形頻率 $k2 = 8\pi$ ，相當於 4 赫茲

6. `bx = sin(k1*t);` % 以 sin 為低頻訊號 x 的基本波形
 7. `by = sin(k2*t);` % 以 sin 為高頻訊號 y 的基本波形
-

C. 建構一個基本波形，產生點訊號

% 1~4. 利用 GCCA 套件中的 Spike_generator.m 產生點訊號

1. `px = [];`
2. `while (length(px) == 0 | length(px) < r_fire*T_fire-1 |`
`length(px) > r_fire*T_fire+1)`
3. `[px AFR CV Fano] = Spike_generator(r_fire, T_fire);`
4. `end`

% rf 為列出在以 dt 為間隔的 T_fire 的時間裡，每個間隔內各有幾個點訊號

5. `rf = histc(px,0:dt:T_fire);`

% 6~7. tmp 為找出 rf 中有幾個點訊號大於 1 的間隔，rf(tmp)將其以 1 取而代之

6. `tmp = find(rf > 1);`
7. `rf(tmp) = ones(1,length(tmp));`

8. `rf = find(rf == 1);` % 重新計算點訊號恆等於 1 的間隔有幾個
9. `N_wave = length(rf);` % N_wave 是由 rf 中有幾個點訊號所決定
10. `rl = m_lag + s_lag*randn(1,N_wave);` % 將點訊號加上時間偏移因子 s_lag
11. `rl = round(rl);`
12. `x = [];` % 製造 x 訊號矩陣
13. `y = [];` % 製造 y 訊號矩陣

% 14~26. 根據所收集到的點訊號，製作訊號波形

14. `for i = 1 : N_wave`
15. `Bx = sin(k1*t);` % 建構 x 訊號波形， $x = \sin(k_1 * t)$
16. `Bx = (m_amp)*Bx`
17. `By = sin(k2*t + m_phs + s_phs*randn);`
`% 建構 y 訊號波形， $y = \sin(k_2*t + \phi)$ ，`
`ϕ 為相位， $\phi = m_phs + s_phs*randn$ ， $\phi \sim N(m_phs, s_phs)$`
18. `r_amp = s_amp*2*(randn-0.5);`
19. `By = (m_amp + r_amp)*By;`

```

% 建構 y 訊號波形， $y = A * \sin(k_2 * t + \phi)$ ，
    A 為振幅， $A > 0$ ， $A \sim N(m\_amp, s\_amp)$ 

% 20~24. 建構 x 訊號
20. if i==1
21.     x = [zeros(1,rf(i)-1) Bx];
22. else
23.     x = [x zeros(1,rf(i)-rf(i-1)) Bx];
24.     End

25. Lx = length(x);           % Lx 為 x 訊號的長度
26. y(Lx+rl(i):Lx+rl(i)+N-1) = By; % 使 y 訊號波形具有時間偏移因子 s_lag 的擾動
27. end

28. Ly = length(y);         % Ly 為 y 訊號的長度
29. x = [x zeros(1,Ly-Lx)]; % 使訊號 x 和訊號 y 的長度相等
30. x = x + 0.01*randn(1,Ly); % 讓訊號 x 擁有一些擾動
31. y = y + noise_level*randn(1,Ly); % 讓訊號 y 隨著雜訊水平 noise_level 擾動
-----

```

D. 進行格蘭傑因果分析(GCA)

```

-----
1. ccaStartup           % 啟動 GCCA 套件
2. PVAL = 0.05;        % 設定 95% 顯著水準

% 4~5. 估算回歸模型次數
3. X = [x;y];
4. aic = N + max(rl) - 1;
5. aic = round(1.2*aic);

6. [ret] = cca_granger_regress(X,aic); % 計算 GCI

% 7~9. 透過 GCI 的統計檢定，判斷 GCI 是否顯著
7. [PR,q] = cca_findsignificance(ret,PVAL,1);
8. GC = ret.gc;
9. GC = GC.*PR;

% 10~13. 整理得到的 GCI 值

```

10. GC_xy = GC(2,1) ;

11. GC_yx = GC(1,2) ;

12. gc_xy = GC_xy

13. gc_yx = GC_yx

E. 畫訊號圖

1. figure

2. tt = (1:length(x))*dt ;

% 3~6. 畫製低頻訊號 x

3. subplot(2,1,1)

4. plot(tt,x) ;

5. axis([0 round(tt(end)) -2 2])

6. xlabel('time(sec.)')

% 7~10. 畫製高頻訊號 y

7. subplot(2,1,2)

8. plot(tt,y,'r') ;

9. axis([0 round(tt(end)) -2 2])

10. xlabel('time(sec.)')

附錄二:計算 Granger causality 之 Matlab 程式

```
function [gc_xy gc_yx]
=simulation(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level)

m_lag      = 10      ;
m_phs      = 0       ;
m_amp      = 1       ;

r_fire     = 5       ;
T_fire     = 10      ;

M_loop     = 10      ;

dt = 0.05 ;
t = 0 : dt : 1 ;
N = length(t) ;
k1 = 2*pi ;
k2 = 8*pi ;
bx = sin(k1*t) ;
by = sin(k2*t) ;

GC_xy = zeros(1,M_loop) ;
GC_yx = zeros(1,M_loop) ;

for k = 1 : M_loop

px = [] ;
while (length(px) == 0 | length(px) < r_fire*T_fire-1 |
length(px) > r_fire*T_fire+1)
    [px AFR CV Fano] = Spike_generator(r_fire, T_fire) ;
end
rf = histc(px,0:dt:T_fire) ;
tmp = find(rf > 1) ;
rf(tmp) = ones(1,length(tmp)) ;
```

```

rf = find(rf == 1) ;
N_wave = length(rf) ;
rl = m_lag + s_lag*randn(1,N_wave) ;
rl = round(rl) ;
x = [] ;
y = [] ;
for i = 1 : N_wave
    By = sin(k2*t + m_phs + s_phs*randn) ;
    r_amp = s_amp*2*(randn-0.5);
    By = (m_amp + r_amp)*By ;
    Bx = sin(k1*t) ;
    Bx = (m_amp)*Bx ;

    if i==1
        x = [zeros(1,rf(i)-1) Bx] ;
    else
        x = [x zeros(1,rf(i)-rf(i-1)) Bx] ;
    end
    Lx = length(x);
    y(Lx+rl(i):Lx+rl(i)+N-1) = By ;

end
Ly = length(y) ;
x = [x zeros(1,Ly-Lx)] ;
x = x + 0.01*randn(1,Ly) ;
y = y + noise_level*randn(1,Ly) ;

ccaStartup
PVAL = 0.05;

X = [x;y] ;
aic = N + max(rl) - 1 ;
aic = round(1.2*aic) ;
[ret] = cca_granger_regress(X,aic) ;
[PR,q] = cca_findsignificance(ret,PVAL,1);
GC = ret.gc ;
GC = GC.*PR ;
GC_xy(k) = GC(2,1) ;

```

```
GC_yx(k) = GC(1,2) ;  
end
```

```
gc_xy = mean(GC_xy) ;  
gc_yx = mean(GC_yx) ;
```

附錄三:隨機產生點訊號之 Matlab 程式

```
function [pp AFR CV Fano] = Spike_generator(r, t)

deltaT=0.001;
SpkTime=[];

for time=0:deltaT:t
    if (r*deltaT)>=rand(1)
        SpkTime(end+1,1)=time;
    end
end

ISIs=diff(SpkTime);
AFR=size(SpkTime,1)/t;

if ~isempty(ISIs)
    CV=std(ISIs)/mean(ISIs);
else
    CV=nan;
end

[SpkCount dummy]=hist(SpkTime, t/0.05);
Fano=var(SpkCount)/mean(SpkCount);

pp=cumsum(ISIs) ;
pp = pp';
```

附錄四：計算時間偏移單一因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_phs = 0 ;
s_amp = 0 ;
noise_level = 0.01 ;
a = [] ;
b = [] ;
c = [] ;

for s_lag = 0 : 0.05 : 3
    [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
    a = [a s_lag] ;
    b = [b gc_xy] ;
    c = [c gc_yx] ;
end

figure
subplot(2, 1, 1)
plot(a,b)
axis([0 3 0 4]);
xlabel('standard deviation s_lag')
ylabel('GCI from x to y')

subplot(2, 1, 2)
plot(a,c,'g')
axis([0 3 0 4]);
xlabel('standard deviation s_lag')
ylabel('GCI from y to x')
```

附錄五:計算相位偏移單一因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_lag = 0 ;
s_amp = 0 ;
noise_level = 0.01 ;
a = [] ;
b = [] ;
c = [] ;

for s_phs = 0 : pi/0 : pi
    [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
    a = [a s_phs] ;
    b = [b gc_xy] ;
    c = [c gc_yx] ;
end

figure
subplot(2, 1, 1)
plot(a,b)
axis([0 pi 0 4]);
xlabel('standard deviation s_phs')
ylabel('GCI from x to y')

subplot(2, 1, 2)
plot(a,c,'g')
axis([0 pi 0 4]);
xlabel('standard deviation s_phs')
ylabel('GCI from y to x')
```

附錄六:計算頻率脹縮單一因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_lag = 0 ;
s_phs = 0 ;
noise_level = 0.01 ;
a = [] ;
b = [] ;
c = [] ;

for s_amp = 0 : 0.1 : 3
    [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
    a = [a s_amp] ;
    b = [b gc_xy] ;
    c = [c gc_yx] ;
end

figure
subplot(2, 1, 1)
plot(a,b)
axis([0 3 0 4]);
xlabel('standard deviation s_amp')
ylabel('GCI from x to y')

subplot(2, 1, 2)
plot(a,c,'g')
axis([0 3 0 4]);
xlabel('standard deviation s_amp')
ylabel('GCI from y to x')
```

附錄七:計算雜訊水平單一因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_lag = 0 ;
s_phs = 0 ;
s_amp = 0 ;

a = [] ;
b = [] ;
c = [] ;

for noise_level = 0.01 : 0.01 : 0.3
    [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
    a = [a noise_level] ;
    b = [b gc_xy] ;
    c = [c gc_yx] ;
end

figure
subplot(2, 1, 1)
plot(a,b)
axis([0.01 0.3 0 4]);
xlabel('standard deviation noise_level')
ylabel('GCI from x to y')

subplot(2, 1, 2)
plot(a,c,'g')
axis([0.01 0.3 0 4]);
xlabel('standard deviation noise_level')
ylabel('GCI from y to x')
```


附錄八:計算時間偏移和相位偏移雙因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_amp = 0 ;
noise_level = 0.01 ; C = [] ;
D = [] ;

r1 = [0 0.5 1] ;
r2 = 0 : pi/10 : pi ;
x_label_1 = 'standard deviation s_lag' ;
x_label_2 = 'standard deviation s_phs' ;
x_label = x_label_2 ;

i = 0 ;

for s_lag = r1
    i = i + 1 ;
    j = 0 ;
    for s_phs = r2
        j = j + 1 ;
        [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
        C(i,j) = gc_xy ;
        D(i,j) = gc_yx;
    end
end

IMG1 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,C(k,:)) ;
    axis([0 3 0 4]);
```

```

end
title('test 1.....')
xlabel('standard deviation s_lag v.s. s_phs')
ylabel('GCI from x to y')
saveas(IMG1,'GCI_xy_slag_0_5_1_vs_s_phs','png')
close(IMG1)

IMG2 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,D(k,:)) ;
    axis([0 3 0 4]);
end
title('test 2.....')
xlabel('standard deviation s_lag v.s. s_phs')
ylabel('GCI from y to x')
saveas(IMG2,'GCI_yx_slag_0_5_1_vs_s_phs','png')
close(IMG2)

```

附錄九:計算時間偏移和振幅脹縮雙因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_phs = 0 ;
noise_level = 0.01 ;
C = [] ;
D = [] ;

r1 = [0 0.5 1] ;
r2 = 0 : 0.1 : 3 ;

i = 0 ;

for s_lag = r1
    i = i + 1 ;
    j = 0 ;
    for s_amp = r2
        j = j + 1 ;
        [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
        C(i,j) = gc_xy ;
        D(i,j) = gc_yx;
    end
end

IMG1 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,C(k,:)) ;
    axis([0 3 0 4]);
end
```

```
title('test 1.....')
xlabel('standard deviation s_lag v.s. s_amp')
ylabel('GCI from x to y')
saveas(IMG1, 'GCI_xy_slag_0_5_1_vs_s_amp', 'png')
close(IMG1)
```

```
IMG2 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,D(k,:)) ;
    axis([0 3 0 4]);
end
title('test 2.....')
xlabel('standard deviation s_lag v.s. s_amp')
ylabel('GCI from y to x')
saveas(IMG2, 'GCI_yx_slag_0_5_1_vs_s_amp', 'png')
close(IMG2)
```

附錄十:計算時間偏移和雜訊水平雙因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_phs = 0 ;
s_amp = 0 ;
C = [] ;
D = [] ;

r1 = [0 0.5 1] ;
r2 = 0.01 : 0.01 : 0.1 ;

i = 0 ;

for s_lag = r1
    i = i + 1 ;
    j = 0 ;
    for noise_level = r2
        j = j + 1 ;
        [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
        C(i,j) = gc_xy ;
        D(i,j) = gc_yx;
    end
end

IMG1 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,C(k,:)) ;
    axis([0.01 0.1 0 4]);
end
```

```
title('test 1.....')
xlabel('standard deviation s_lag v.s. noise_level')
ylabel('GCI from x to y')
saveas(IMG1, 'GCI_xy_slag_0_5_1_vs_noise_level', 'png')
close(IMG1)
```

```
IMG2 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,D(k,:)) ;
    axis([0.01 0.1 0 4]);
end
title('test 2.....')
xlabel('standard deviation s_lag v.s. noise_level')
ylabel('GCI from y to x')
saveas(IMG2, 'GCI_yx_slag_0_5_1_vs_noise_level', 'png')
close(IMG2)
```

附錄十一:計算相位偏移和振幅脹縮雙因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_lag = 0 ;
noise_level = 0.01 ; C = [] ;
D = [] ;

r1 = [0 pi/4 pi/2] ;
r2 = 0 : 0.1 : 3 ;

i = 0 ;

for s_phs = r1
    i = i + 1 ;
    j = 0 ;
    for s_amp = r2
        j = j + 1 ;
        [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
        C(i,j) = gc_xy ;
        D(i,j) = gc_yx;
    end
end

IMG1 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,C(k,:)) ;
    axis([0 3 0 4]);
end
title('test 1.....')
```

```

xlabel('standard deviation s_phs v.s. s_amp')
ylabel('GCI from x to y')
saveas(IMG1,'GCI_xy_sphs_0 & sphs_¥|À$pi &
sphs_¤GÀ$pi_vs_s_amp','png')
close(IMG1)

```

```

IMG2 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,D(k,:)) ;
    axis([0 3 0 4]);
end
title('test 2.....')
xlabel('standard deviation s_phs v.s. s_amp')
ylabel('GCI from y to x')
saveas(IMG2,'GCI_yx_sphs_0 & sphs_¥|À$pi &
sphs_¤GÀ$pi_vs_s_amp','png')
close(IMG2)

```


附錄十二:計算相位偏移和雜訊水平雙因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_lag = 0 ;
s_amp = 0 ;
C = [] ;
D = [] ;

r1 = [0 pi/4 pi/2] ;
r2 = 0.01 : 0.01 : 0.1 ;

i = 0 ;

for s_phs = r1
    i = i + 1 ;
    j = 0 ;
    for noise_level = r2
        j = j + 1 ;
        [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
        C(i,j) = gc_xy ;
        D(i,j) = gc_yx;
    end
end

IMG1 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,C(k,:)) ;
    axis([0.01 0.1 0 4]);
end
title('test 1.....')
```

```

xlabel('standard deviation s_phs v.s. noise_level')
ylabel('GCI from x to y')
saveas(IMG1, 'GCI_xy_sphs_0 & sphs_¥|¤À¤$pi &
sphs_¤G¤À¤$pi_vs_noise_level', 'png')
close(IMG1)

```

```

IMG2 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,D(k,:)) ;
    axis([0.01 0.1 0 4]);
end
title('test 2.....')
xlabel('standard deviation s_phs v.s. noise_level')
ylabel('GCI from y to x')
saveas(IMG2, 'GCI_yx_sphs_0 & sphs_¥|¤À¤$pi &
sphs_¤G¤À¤$pi_vs_noise_level', 'png')
close(IMG2)

```

附錄十三:計算振幅脹縮和雜訊水平雙因子 GCI 之 Matlab 程式

```
clear all
close all
clc

s_lag = 0 ;
s_phs = 0 ;
C = [] ;
D = [] ;

r1 = [0 0.5 1] ;
r2 = 0.01 : 0.01 : 0.1 ;

i = 0 ;

for s_amp = r1
    i = i + 1 ;
    j = 0 ;
    for noise_level = r2
        j = j + 1 ;
        [gc_xy gc_yx] =
simulation_shao(s_lag,s_phs,s_amp,noise_level) ;
        C(i,j) = gc_xy ;
        D(i,j) = gc_yx;
    end
end

IMG1 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,C(k,:)) ;
    axis([0.01 0.1 0 4]);
end
```

```
title('test 1.....')
xlabel('standard deviation s_amp v.s. noise_level')
ylabel('GCI from x to y')
saveas(IMG1,'GCI_xy_samp_0_5_1_vs_noise_level','png')
close(IMG1)
```

```
IMG2 = figure('visible','off') ;
for k = 1 : length(r1)
    subplot(length(r1),1,k)
    plot(r2,D(k,:)) ;
    axis([0.01 0.1 0 4]);
end
title('test 2.....')
xlabel('standard deviation s_amp v.s. noise_level')
ylabel('GCI from y to x')
saveas(IMG2,'GCI_yx_samp_0_5_1_vs_noise_level','png')
close(IMG2)
```

1