

臺德數學教育雙邊研討會
科技融入的數學課程重新思考
以函數圖形為例

臺灣師範大學公館校區數學館 M212

單維彰
國立中央大學師資培育中心與數學系
民國 108 年 11 月 19 日

前情提要

108 數學課綱的
「正確使用工具」理念尚未落實，
科學型電算器
在數學教學與評量中的角色與功能，
還沒有真正發揮出來。
三千名數學教師的數學觀尚待調適...

但是
仍應挪出時間與精力，
探究下一代課綱的願景。

工具方面

- ◆ Graphing Calculator / App
繪圖計算機
- ◆ Symbolic Calculator / App
代數計算機
(CAS: Computer Algebra System)
- ◆ 朝向前者 (GC) 努力。

工具並不僅及計算與解題，
也影響認知的進路。
工具不僅涉及
教材、教法與評量，
課程也需重新規劃
以便發揮工具的學習效用。

單維彰·科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

5

課程也需重新規劃

- ◆ 加強被工具需要的數學
- ◆ 弱化被工具取代的數學
- ◆ 探究被工具「赋能」的可能性
- ◆ 課綱該為工具提供

設計有效教學活動
的機會

單維彰·科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

6

例如 108 課綱

因應電算器調整了

- ◆ 指對數
- ◆ 三角比

的課程規劃，讓電算器有機會
在教學中發揮更積極的功能。

單維彰·科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

7

假如從高中階段起
使用繪圖計算機，
國中小的數學學習目標
應有如何的調整？

單維彰·科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

8

平面 vs 坐標幾何

- ◆ GC 是坐標幾何的工具
(學生版的「解析幾何」)
- ◆ 如何安置平面幾何?
- ◆ 平面幾何也有工具,但是在現實中
「測量」工具大量取代了它
(不是故意要拋棄它)

9

單維彰, 科技融入的數學課程重新思考 2019/11/19

大目標是什麼?

空間概念、微積分、線性代數

- ◆ 平面幾何支持解析幾何
- ◆ 平面幾何也支持(歐氏)空間概念
- ◆ 解析幾何引出微積分
- ◆ 解析幾何也引出線性代數

10

單維彰, 科技融入的數學課程重新思考 2019/11/19

平面需求

- ◆ 直線: 平行(截線)、垂直
- ◆ 圓(球的截面或視覺成像)
- ◆ 直角三角形(半個長方形)
- ◆ 銳角: 直角三角形的內角(鈍角...)
- ◆ (直角)三角形的相似(勾股術)
- ◆ 測量公設: 線段與角皆可任意 N 等分

11

單維彰, 科技融入的數學課程重新思考 2019/11/19

現行課綱的某些困境

- ◆ 二元一次方程式的圖形 先於
平行線、相似三角形(7年級)
- ◆ 空間中的距離 先於
(長方體上的)法線性質(8年級)
- ◆ 兩面角、旋轉體: 經驗匱乏
- ◆ 正射影: 教過嗎?(寄望於視圖)

12

單維彰, 科技融入的數學課程重新思考 2019/11/19

哪些操作變簡單了？

- ◆ 二元方程式的圖形
- ◆ 單變函數的圖形
- ◆ 一元方程的近似根
- ◆ 單變函數的極值（概數）
- ◆ 單變函數的不等式解區間（概數）
- ◆ 圖形的 Global / Local 特徵

13

單維彰，科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

當方程式圖形垂手可得，
數學學習的目標
該做哪些調整？

14

單維彰，科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

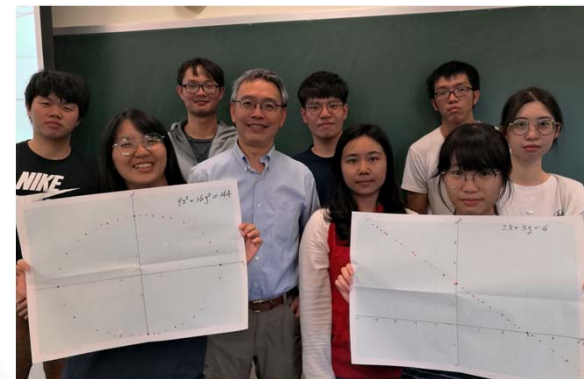
哪些目標變得更關鍵？

- ◆ 知：方程式「的圖形」是什麼意思？
（無窮多點聚集而成）
- ◆ 行：從方程式的圖「讀」出資訊。
- ◆ 識：並非先有方程式，然後「發現」
它的圖形；方程式和它的圖形是
一起被「發明」的。

15

單維彰，科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

動手做（全班一起，共同擁有）



16

單維彰，科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

學生回饋：
超有感。

$2x + 3y = 6$

$9x^2 + 16y^2 = 144$

$x^2 - 2xy = y^3$

單維彰·科技融入的數學課程重新思考 2019/11/19

17

我國課程
向來偏薄的空間概念，
可否藉助於工具
而有較多的學習機會？

單維彰·科技融入的數學課程重新思考 2019/11/19

18

空間中的平面圖形

- ◆ 球的截面；長方體：理想化的房間
- ◆ 角錐（臺）的面：等腰三角形、梯形
- ◆ 視角下的長方體：平行四邊形、梯形
- ◆ 圓柱：縱截面、橫截面、旋轉、展開
- ◆ 視角下的圓柱體
- ◆ 圓錐：縱截面、橫截面、旋轉、展開

單維彰·科技融入的數學課程重新思考 2019/11/19

19

當函數圖形 在操作上
僅為特殊的方程式圖形，
函數觀念是否可以重新設計？

單維彰·科技融入的數學課程重新思考 2019/11/19

20

假如從國中階段起
使用繪圖計算機，
有無可能節省出一些時間
安排新的重要內容？

例如

國中：數據素養、機率
高中：微積分、線性代數

單維彰，科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

21

水能載舟
亦能覆舟

單維彰，科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

22

預防「科技盲動」

- ◆ 缺乏「行為學」基礎的「賦能」
成為沒有文化價值的「盲動」
- ◆ 例 1：解了二次、三次方程之後，
立刻解七次方程（7 年級，CAS）
- ◆ 例 2：作 $2x-y=1$ 圖之後，固定它們，
伸縮、旋轉坐標軸（8 年級，GGB）

單維彰，科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

23

不要只因為一件事「做得到」
就去做它，
人類行為與文化發展
都不是隨機的。
對我們而言：
謹守教育目標。

單維彰，科技融入的數學課程重新思考
2019/11/19

24

