

國教署普通高級中學數學學科中心
112年研究教師與種子教師培訓營

三門數學選修課程推介

單維彰

國立中央大學數學系
師資培育中心、文學院學士班

民國112年6月29日

三門數學選修課程

- ◆ 文化脈絡中的數學
- ◆ 微積分先修
- ◆ 數學英文

第四門《高中數學別冊》
寫作中。

文化脈絡中的 數學

單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

{ 3 }

課程規畫

- ◆ 一學期，2學分
- ◆ 無考試，作業與簡報評分
- ◆ 可轉介其他專業教師開課

近年陸續聽中央大學的學生說，在高中時，曾經從數學、國文、公民、美術老師那裡接觸本課程部分內容。

單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

{ 4 }

教學目標

協助學生從文化、歷史、意義等方面認識數學，並在社會與文明的脈絡中評鑑其價值。所有的內容都放在高中生該有的數學基礎上。期望學生在離開了考試與社會壓力的自在環境中，發現數學原本的內涵，認識數學與我們今天所見的文化與文明之間的關聯，並增進其運用數學知識和思考方法的潛能。這門課以高中數學的內容為基礎，發展足以讓一般人終身受用的「數學素養」。

文化脈絡中的數學不乏與科學思想共進的經驗，這些就是形塑國民「科學素養」的基礎元素。而文化脈絡中的數學，更不乏與視覺藝術和音樂的互動，這些題材豐富了國民「美學素養」的知性與感性內涵。最後，「數學素養」的主要成分就是理性思考的方法和習慣，這正是「民主素養」的核心內涵之一。過去的學生認為，在這門通識課裡學到的主要能力是：思考。

教育部第七屆（104學年度） 全國傑出通識教育教師獎



教學資源

- ◆ 書本（10章）
- ◆ 投影片
- ◆ 有聲書
- ◆ 作業題庫、參考答案
- ◆ 18屆學生作品展覽



單維彰·數學選修課程 2023/06/29

[7]

內容目次

- | | |
|--------------|-----------------|
| 1 數學作為一種語言 | 6 徐光啟與數學的最初教材 |
| 2 艾雪的心靈版畫 | 7 數、計算與文明 |
| 3 卡洛的遊戲人生 | 8 投票—民主的技術與意義 |
| 4 看郵票說數學大歷史上 | 9 PISA與西方的數學教育觀 |
| 5 看郵票說數學大歷史下 | 10 博士熱愛的算式 |

單維彰·數學選修課程 2023/06/29

[8]

教學計畫建議

- ◆ 每章規畫2週次
- ◆ 第1週播放有聲書，寫作業
- ◆ 第2週指定學生簡報作業
- ◆ 某幾章可省略第2週
- ◆ 可另安排1週次電影欣賞

教學資源網頁

核心通識 -- 文化脈絡中的數學

111 學年第 2 學期 (第十八屆)

<https://shann.idv.tw/Teach/liberal/kernel>





古中國
無窮等比數列
莊子《天下篇》(第33):
『一尺之棰，日取其半，
萬世不竭。』
劉徽《九章》:
『割之彌細，所失彌少，
割之又割，乃至於不可割。』
(孫卿之、祖暅)

文化脈絡中的數學 -- 有聲圖畫書

ShannMath
Public ▾

10 videos 2,826 views Last updated on Ju...

《文化脈絡中的數學》紙本書與電子書，出版於2020年初，隨後爆發了Covid-1...More

▶ Play all 🔀 Shuffle



單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

11

有聲
圖畫
書





艾雪的心靈版畫
ShannMath · 1.7K views · 2 years ago



卡洛的遊戲人生
ShannMath · 1.4K views · 1 year ago



看到票說數學的大歷史(上)
ShannMath · 1.7K views · 3 years ago



看到票說數學的大歷史(下)
ShannMath · 1K views · 3 years ago



徐光啟與數學的最初教材
ShannMath · 2.2K views · 3 years ago

單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

12

作業設計

- ◆ 每章一份作業
- ◆ 每份作業5題，15分
- ◆ 前3題有標準答案，各2分
- ◆ 第4題需延伸、生成，4分
- ◆ 第5題需論述，5分

作業範例

1. 教師認為「數學」最初的功能是什麼？
2. Micronesia 發行了一張顯示中國古算書的郵票。郵票裡的那一頁在說明什麼事情？
3. 教師說教宗 Sylvester 二世對歐洲數學發展的貢獻是什麼？
4. 簡報裡展現一枚以拉斐爾的名畫一角做成的郵票。請搜尋這幅畫的全貌，並模仿美術館導覽手冊的方式，寫一份簡短的介紹。
5. 教師發現很多「開發中國家」出版了數學內容的郵票，請抒發妳/你對此的感想。

作業題庫

- ◆ 每章一份題庫
- ◆ 每份題庫含三類作業題型
- ◆ 第一類的題目有標準答案
- ◆ 第二類、第三類有過去
18屆大學生的優良作答

微積分先修

課程規畫

- ◆ 一學期，2學分，一下之後
- ◆ 中央大學2學分網路課程
 - 有成績單
 - 手續費200元
- ◆ 教師維持進度、小考
- ◆ 期末考由我命題閱卷

教學目標

以高中一年級之多項函數為基礎，搭配高中數學必修課程中的直線、圓、指數與對數學習內容，帶領學生習得基本的微分與積分概念、理論、操作與應用，並藉以認識微積分的一般性原理與思考方法。先修的內容，可以在大學微積分課程之前，提供大一物理、化學、經濟學、統計學等專業課程之所需，並為大學微積分課程奠定基礎。

本課程特別注重科技融入，在教學內容與練習題目終，內含資訊工具—電腦代數系統 Computer Algebra System—的學習。

教材與教法特別關注素養的形塑，從高中生熟悉的多項式導引出微積分算法，然後才在具體情境中介紹極限。

教育部107年 磨課師標竿課程獎



單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

[19]

教學資源

- ◆ 進度網頁
- ◆ 講授影片
- ◆ 文本 (PDF 檔案)
- ◆ 自我檢測習題：Moodle
- ◆ 作業：MapleTA
- ◆ 考古題



單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29


[20]

教材取自

微積分拾級

一及二前

李榮源（2014）建國中學，民國66—69年。




影片封面

單維彰·數學選修課程 2023/06/29

[21]

李善蘭 (1810-82)

- ◆ 咸豐九年 (1859)
- ◆ 首批傳入東方的解析幾何
 - 代數
 - 拋物線
 - 微分
 - 積分



題 胡遠

單維彰·數學選修課程 2023/06/29

[22]

拾級一..六

◆ 拾級一

- 為高中設計（高一下起）
- 以多項式函數引出重要概念與應用

◆ 拾級二

- 指對函數、有理函數、極限
- 微分方程
- 高二、高三可用

youtube.com/@ShannMath



ShannMath
@ShannMath
35.4K subscribers

Customize channel

HOME

VIDEOS

PLAYLISTS

COMMUNITY



Description

單維彰任教於台灣的國立中央大學，是師資培育中心與數學系合聘教授，放在這個帳戶的影片，大致分為 (1) 數學授課影片：基礎數學、微積分、數學通識等，(2) 計算機教學影片：計算機概論16講-BCC16，為國中、高中製作的電腦器教學等，以及 (3) 個人的登山旅行影片。

Stats

Joined Feb 12, 2007

4,047,608 views

超過 10 萬 Views

Video	Date	Views ↓	Comments
什麼是微積分 (舊版) 說明Calculus一詞的由來，並解釋微積分的意義。這支影片有一份製作較精美的新...	Jun 23, 2012 Published	690,712	281
函數 vs 微分 帶領同學認識函數，並說明學習微分會遇到的第一個數學課題：瞬時速度。以此探...	Jun 23, 2012 Published	285,240	177
面積 vs 積分 透過面積、函數與極限的概念，解釋積分的意義。並說明在符號上，較為簡易的理...	Jun 23, 2012 Published	179,385	84
認識微分方程 瞭解微分方程式是已經函數及其導函數之間的關係，而求一個未知函數的問題。且...	Nov 17, 2014 Published	143,388	99
積分基本公式 本節以幾個不定積分練習為例，讓各位了解積分的意義，解題步驟如下：1. 逐項考...	Apr 22, 2013 Published	129,212	53
什麼是微積分 用說文解字的方式，說明微積分是什麼：它是一套掌握「無窮」而成的計算方法。...	Aug 2, 2015 Published	122,448	46

單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

(25)

模組 vs 教材

- ◆ 無預定編序
 - 適合搜尋式的學習模式
- ◆ 每單元一項學習目標
 - 9~15 分鐘教學影片
 - 5 題自我檢測
 - 簡易文本
- ◆ 學習材料，可編成課程

單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

(26)

教材 vs 課程

◆ 須編序

- 最好能補串起單元的脈絡

◆ 習題與作業

- 須補充練習題目、作業評分
(教師指導、網路學習平臺)

◆ 考試

課程網頁



微積分先修

課程目標 <https://shann.idv.tw/calculus/ap.html>

本課程以高中一年級之多項函數為基礎，搭配高中數學必修課程中的直線、圓、指數與對數學習內容，帶領學生習得基本的微分與積分概念、理論、操作與應用，並藉以認識微積分的一般性原理與思考方法。先修的內容，可以在大學微積分課程之前，提供大一物理、化學、經濟學、統計學等專業課程之所需，並為大學微積分課程奠定基礎。

[[高中開課準備](#)] · [[開課記錄](#)]

教材列表

週	號	教學視頻	時間	文本	自我檢測
1	1	專錄 111 課程導入	03:33		111-01
	2	專錄 106 快樂學習磨課師	02:41		106-01
	3	拾級-1 微積分是什麼	09:00	1-01	chk1-01
2	4	基礎數學 14 安裝 Maxima [電腦]	08:06	0-14	chk0-14
	5	基礎數學 15 Maxima 入門 [電腦]	07:04	0-15	chk0-15 [填]
	6	基礎數學 16 Desmos 入門 [電腦]	08:02	0-16	chk0-16

編成
18
週
課程

教學計畫建議

- ◆ 按照課程網頁進度 (考到第17週)
- ◆ 教師依自我檢測盯緊進度
- ◆ 教師適度安排小考
- ◆ 教師適度補充脈絡
- ◆ 學期後段安排一次面授
 - 協助學生註冊
 - 決定平時成績

數學作為一種語言

從跨文化的語言學習角度引出數學概念



Naïve Calculus

天然純樸的微積分

自然銜接高一

單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

31

坐標幾何 → 微積分



坐標幾何出版於1637。



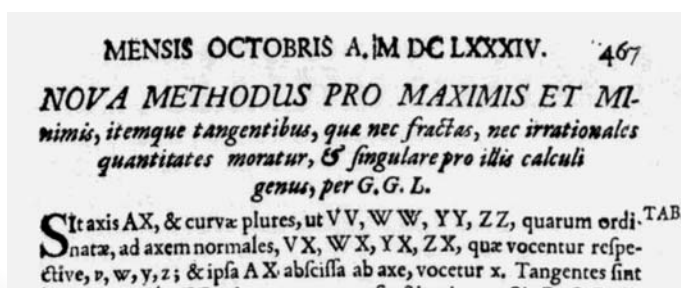
數學原理出版於1687。

單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

32

其實更快

- ◆ 1662：牛頓從 Barrow 習得平面坐標
 - 1669 創造微分算法，分享手稿
- ◆ 1672：惠更斯授萊布尼茲平面坐標
 - 1684 發表史上第一篇微分論文



牛頓、萊布尼茲固然天才 他倆的微積分能有多深？

- ◆ 高中一年級的知識背景
 - 直角坐標的基本方法
 - 直線點斜式
 - 多項式函數、多項式除法原理
 - 我們還有秦九韶 (1208-61) 的
綜合除法和「老九變換」

綜合除法後話

- ◆ 17世紀，牛頓從微分
再次發現老九變換
- ◆ 改成升冪排列，變身為
泰勒變換

$$\begin{aligned} & x^3 + 30x^2 + 300x - 1000 \\ & = -272 + 432(x-2) + 36(x-2)^2 + (x-2)^3 \end{aligned}$$

切線與微分

- ◆ 從「局部像直線」出發
 - ◆ 18-19世紀，拉格朗日
企圖用它建立微積分
- $$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \dots$$
- ◆ 輸給柯西，但仍有
教育價值，可接高一

多項式 $f(x)$

$$= f(a) + f'(a)(x-a) + a_2(x-a)^2 + \dots$$

- ◆ 基本公式 $[x^n]' = nx^{n-1}$
- ◆ 係數積與加減（線性）
- ◆ 乘法律
- ◆ 除法律（有理函數）
- ◆ 連鎖律

接回主流

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a) + a_2(x-a) + \dots$$

- ◆ 想要代入 $x = a$
- ◆ 成為 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 合理動機
- ◆ 當 $f(x)$ 是三角、指對函數
合理引進逼近意涵（高二）

微積分主要用來...

◆ 研究微分方程

- 入門即可開始，例如 $y' = -\frac{x}{y}$

◆ 研究幾何 (心在原點的圓切線斜率)

- 多變數微積分、向量微積分
- 從「局部像平面」出發
- 拾級四、五、六

微積分不限物理科學

應用範圍擴及

- ◆ 機率、統計
 - ◆ 經濟學、社會科學
 - ◆ 生態、生命科學
- 《拾級》全都照顧。

高一(下)注意

第 15 週引進指對函數

- ◆ 從「微分」需求引進
- ◆ 自然底數 e 的「自然」發生
- ◆ 含對數複習與對數律教學
- ◆ 相關變化率改放第 18 週

數學英文

課程規畫

- ◆ 一學期，2學分，二下之後
- ◆ 可自主學習
- ◆ 若繳費可有遠距助教
- ◆ 教師自行評量
- ◆ 可中央大學2學分網路課程
 - 規畫中—可能安排在暑期

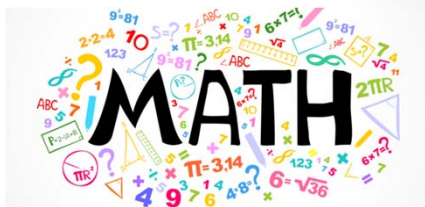
教學目標

在高中實施數學英語教學的目的有三：

1. 為學生準備將來閱讀英文版數學教科書的能力，並能延伸至：閱讀專業或科普英文文本中的數學敘事，以英語文作為學習數學及其應用之媒介。
2. 透過數學英文詞彙的字源，提高在中西文化的脈絡中認識與理解數學的機會。
3. 經由擴大數學教材與評量的學習經驗，調整數學教育之目的與價值的品味。

這份教材實踐以上理念，為理工科系的學生準備EMI課程的英文能力。課程可能提供理工升學進路的高中生，在大學入學之前，藉此教材統整複習高中（以及國中小）的數學，並且習得相應的英文單字與詞句。

教學資源



- ◆ 教材網頁
- ◆ 朗讀錄音
- ◆ 自我檢測字詞表
- ◆ 字詞發音教學：Moodle
- ◆ (自費) 發音矯正助教

教學計畫建議

- ◆ 每週 5~6 份教材
- ◆ 持續 16~18 週
- ◆ 堅持每天 1 份，勿多勿少
- ◆ 上課時間：驗收或練習
- ◆ 可安排考試或形成性評量
 - 協助學生註冊或繳費

教材網頁

◆ 文本與朗讀

- 現有 85 篇，可達 108 篇，每篇 3 分鐘
- 將補上自我檢測字詞表
- 打算出版文本為小冊子

<https://shann.idv.tw/matheng/terms.html>



學習平臺

<https://voiceabc.net>

◆ 文本與朗讀

◆ 字詞表

- 字詞語音教學
- 發音矯正助教(自費)
- 目前VoiceABC可轉Moodle
- 需由後台建帳密



liberaltest2@gmail.com
123abc

The End

單維彰 · 數學選修課程 2023/06/29

[49]