

110 年度高中數學種子教師研習

文化脈絡中的數學

如何成為高中選修課程

單維彰

國立中央大學
師資培育中心與數學系
文學院學士班主任
民國 110 年 1 月 19 日



「這本書每一篇
都是你的一段
生命故事。」

——曾政清

單維彰 · 文脈作為高中選修 · 2021/1/19

[2]

這本書說什麼？

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

{ 3 }

將事件置放到正確位置，給予適當評價，稱之脈絡——
《文化脈絡中的數學》猶如書名。

——陳偉毓書評

本書的主旨，就是書名。

——林從一序

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

{ 4 }

同仁與同儕評價

單維彰·文脈作為高中選修 2021/1/19

〔 5 〕

〔這本書〕絕對能開出一門好課，
一門廣受學生喜愛又能有豐富學
習歷程的選修課。再加上這門課
程橫跨數學、語言學、文學、美
術、歷史、地理與生命教育〔哲
學〕，對學習者人生的智識啟發，
實難以估計。

——陳光鴻臉書

單維彰·文脈作為高中選修 2021/1/19

〔 6 〕

兩篇數學史一氣呵成，毫無再衰三竭的無聊。流暢的語句擺脫了翻譯文章的隔閡，或嚴肅刻板的說教包袱... 將歷史篇章娓娓道來，猶如說書相聲，令人不知覺間墜入時空長河，與歷史巨人並肩前行，遊走於山川大地，穿梭於東西文化之間。

—蕭佑玟電子報

作者〔在數學史〕講得不只是一種歷史知識，更多時候是培養我們的思維力。所以在這樣的脈絡導覽下會讓你意猶未盡，宛如身旁一位專業導覽員引領你走過數學長河的大觀園。

—陳玉芬書介

「每篇文章末段的結語，並非前文的摘要總結，而是啟迪多元思考的一把鑰匙。」

——蕭佑玟

(我的) 學生
也這麼認為

民國 104 年底，我競選「全國傑出通識教育獎」時，四位評委面訪九名學生代表。對於「最大收穫是什麼？」，他們的總結是

促進思考

以最近一次 108-2 為例

- ◆ 我是文組的學生 ... 大多數的課都開闊了我的視野，讓我從另一個角度看數學，引發我的思考，突然變得喜歡數學了，謝謝你！
- ◆ 可以學到很多平常不會去關注的事情，值得推薦的一堂課！
- ◆ 對數學有興趣想說能學到關於數學的知識，沒想到更偏向人文素養導向呢！但是這樣我還是很喜歡，學到很多之前不知道的內容。

筆記與作業

- ◆ ... 設計的作業讓我查資料增加知識。
- ◆ ... 作業的題目促進思考。
- ◆ 我從這堂課收穫的意外之喜就是這本筆記。
坦白說這堂課上的筆記比我其他所有課的筆記加起來還要多，而且記錄感想的部分比抄錄 PPT 上的文字多得多，這也意味著它更有收藏價值，至少在多年後，我還願意翻開來回顧一下我的大學生涯。

教法建議

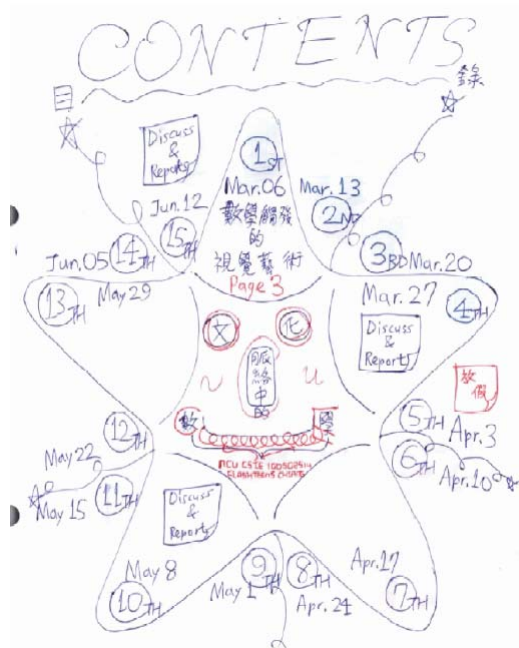
最終希望每位教師發展
自己的風格與品味；
自己的學生自己啟發。
在發展的過程中，可用
預備的資源，啟動教學
相長。

TTRC 雲端學院



筆記

- ◆ 花點小錢，送學生一人一本。可加發。
- ◆ 下課繳回，上課發還。
- ◆ 想到什麼就寫什麼，鼓勵塗鴉，提出想法，提問。
- ◆ 教師適度回應，掃描在課堂分享，造成話題。
- ◆ 學期初提供幾份過去的佳作（不要太多以免形成障礙）啟發與刺激。學期中分享或表揚。
- ◆ 每份 5 分，只計最高 10 份。



許多該學習的事物都不是如它名稱一樣
而是些更抽象卻更直接更實用的
就像「文化ABC中的數學」
我們所要學的不足「數學」
而是「思考」、「引申」、「欣賞」
這些無形，卻更幫助我們的事物

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

19

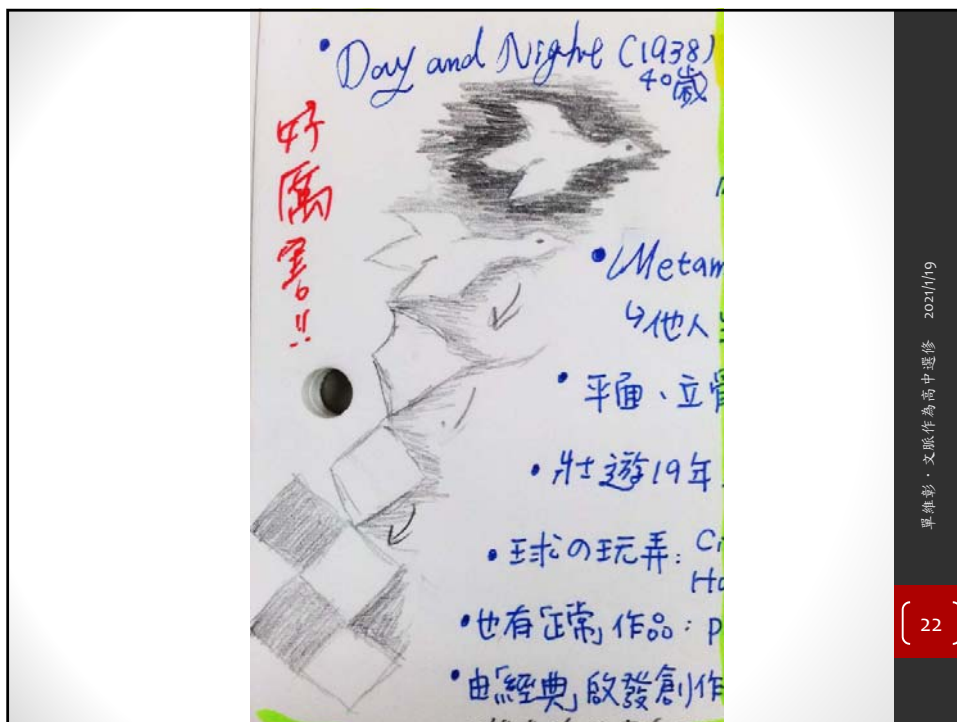
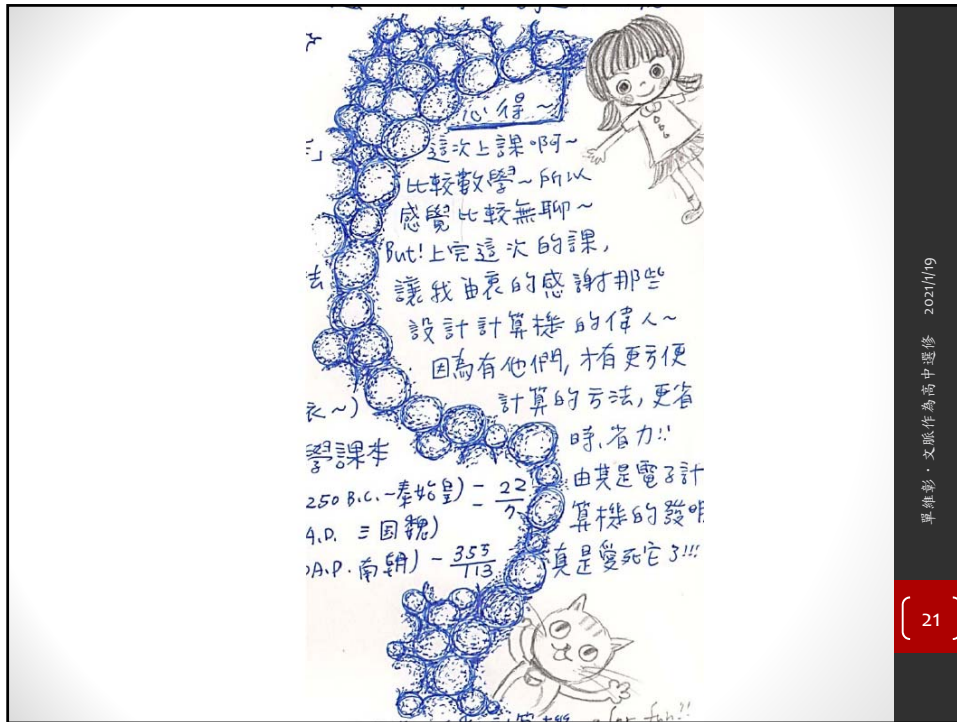
教學的三相圖

建築 -> 凝固的教学 (solid)
華麗起來起有趣的!
線透彩
抽象
投票...
看不見的结果

MATH 創作
徐光啟 -> 最初的教学教材

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

20



解釋。正是所謂的說不出「名字」→無法「溝通」
→無法「發明」和「創新」。

感覺又回到了 Representation.....
能說出「名字」(意義)的人握有主導「溝通」和
「創造」的權力。聖經是這樣 imply 的!

教材

- ◆ 有一本現成的書。
- ◆ 共 10 章，在高中可兩週進行一章。
- ◆ 有累積 10 年 15 屆的大學生佳作集。

核心通識 -- 文化脈絡中的數學

108 學年第 2 學期 (第十五屆)

<http://shann.idv.tw/Teach/liberal/kernel>

1 數學作為一種語言	27
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 數學是一種語言 ◆ 語言都是抽象的 ◆ 語言都有任意性 ◆ 語言都須訴諸直覺 ◆ 語言都有不可考的成分 ◆ 語言都編撰成辭典 ◆ 語言都須記憶 ◆ 語言都會被操弄 ◆ 數學的歷時長存 ◆ 結語 	
2 艾雪的心靈版畫	49
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 不可能的圖像 ◆ 球面的摹寫 ◆ 平面拼貼 ◆ 連續漸變與循環 ◆ 尺度的循環與漸變 ◆ 無窮 ◆ 數學結構 ◆ 版畫的工藝、心靈與美 ◆ 真實性 ◆ 結語 	
3 卡洛的遊戲人生	73
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 第一代攝影師 ◆ 滿紙荒唐言 ◆ 趙元任的翻譯 ◆ 追隨經典的再創造 ◆ 遊戲數學 ◆ 文字遊戲 ◆ 注釋愛麗絲 ◆ 每個月寫一篇文章的職業 ◆ 結語 	

4 看郵票說數學大歷史（上）	99
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 數學的起源 ◆ 中國 ◆ 古希臘 ◆ 阿拉伯繼往開來 ◆ 東風西漸 	
5 看郵票說數學大歷史（下）	123
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 歐洲的甦醒 ◆ 中國的第一次接觸 ◆ 西方正式崛起 ◆ 輝煌澎湃一百五十年 ◆ 精密分工下的現代數學 ◆ 結語 	
6 徐光啓與數學的最初教材	147
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 徐光啓 ◆ 中國原生的數學 ◆ 利瑪竇 ◆ Euclidis Elementorum ◆ 幾何原本 ◆ 孰能無過 ◆ 結語 	
7 數、計算與文明	183
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 語言內建基本的計算 ◆ 數詞與數字系統 ◆ 計算工具 ◆ 圓周率 ◆ 自動機械計算機 ◆ 微積分 ◆ 可變程式的機械計算機 ◆ 科學計算 ◆ 可儲存程式的電子計算機 ◆ 結語 	

8 投票——民主的技術與意義	213
◆ 民主程序的形上程序 ◆ 同樂會二籌 ◆ 選舉程序	
◆ 韋多瑟和波達 ◆ 雅樂不可能定理 ◆ 薩伊的修訂理論	
◆ 得獎的是…… ◆ 結語：民主不是應許	
9 PISA與西方的數學教育觀	237
◆ 所謂素養 ◆ 職能與掃盲 ◆ PISA評量	
◆ 素養導向評量的範例 ◆ 啓示一：考試時間不宜太短	
◆ 啓示二：超大標準差的警訊	
◆ 啓示三：教育機會的不公平現象	
◆ 結語：才能天賦vs人定勝天	
10 一部小說——博士熱愛的算式	269
◆ 引進數學情節的虛構故事 ◆ 記憶著愛情的等式	
◆ 所謂最美的等式 ◆ 懂了更美 ◆ 結語	

授課

- ◆ 沒公式，沒例題，不好講。
- ◆ 教師發展階段，可用授課影片。
 - ◆ 全班統播，或學生掛耳機各自閱聽。
 - ◆ 一邊看一邊寫筆記；影片較緊湊，各自閱聽能暫停較好。
- ◆ 教師熟練之後，隨心所欲不逾矩。
- ◆ 放縱自己跟隨學生的筆記／作業而發散。



文化脈絡中的數學 -- 有聲圖畫書

6 videos • 307 views • Last updated on Jun 17, 2020

Public

《文化脈絡中的數學》紙本書與電子書，出版於2020年初，隨後爆發了Covid-19而導致通識課程改以遠距教學，藉此需求，我大幅修改授課投影片，並以「讀書」的方式錄製書本內容，平裝書、電子書：
<https://www.books.com.tw/products/E050064428>

ShannMath

SORT

- 看郵票說數學的大歷史 (上) ShannMath WATCHED 48:02
- 看郵票說數學的大歷史 (下) ShannMath WATCHED 58:40
- 徐光啟與數學的最初教材 ShannMath WATCHED 1:17:12
- 數、計算與文明 ShannMath 1:06:34
- Kenneth Arrow (1921-2007) 投票—民主的技術與意義 ShannMath WATCHED 55:59
- PISA 與西方的數學教育觀 ShannMath WATCHED 1:04:03

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

29

〈數 · 計算與文明〉

<https://youtu.be/RQIAqj-cEf4>



Ada Byron · 1815—52

艾達是英國詩人拜倫之女，能詩善畫，從笛摩根 (de Morgan) 習數學，是著名才女，後為伯爵夫人。

認識 Babbage 之後，看見分析機的半成品說它是『偉大而美麗的發明』，投入程式設計的想像。

父女終生未見一面，死後與父親同葬；兩人皆得年卅六歲。

程一文化脈絡中的數學

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

30

(一)基本理念
數學之所以被納入國民中學的選修課程，有以理應有的原因。

1. 數學是人類最重要的資產之一 (續)
2. 數學是一種語言
學習的數學語言，是包含人類生活世界的傳承與創。它和另一種語言，轉譯的數學語言，是人類與自然界溝通的語言。這科學的發現與事實，數學更是指向與自然科學的語言。
3. 數學是人類天賦本能的延伸

PLAY ALL

文化脈絡中的數學 -- 講課

43 videos · 13,474 views · Updated today

Public

這是一門通識課程，在中央大學開設，由中央大學數學系單維彰教授設計與教學。這批影片錄製於2012年秋季。單維彰因為此課程，獲得教育部第七屆（2017年）全國傑出通識教學教師獎。關於此門課程的內容，最好直接看課程首頁。
<http://shann.idv.tw/Teach/liberal/kernel>

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

31

〈艾雪與他的創作〉 2/4

<https://youtu.be/XKbP91FPMpo>

Waterfall (1961)

生涯代表作。

三大類特色作品之一：

Image Impossible

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

32

作業

- ◆ 已有題庫，可抽換組合。
- ◆ 每份 5 題，分三類，滿分 15 分。
- ◆ 簡答題：在書或簡報裡有答案。
每題 2 分，共 3 題，佔 6 分。
- ◆ 探索題：書或簡報提及但未深入，
上網搜尋整理後回答，但有獨特目標。
一題，佔 4 分。

作業

- ◆ 申論題：沒有標準答案的開放性問題。
一題，佔 5 分。
- ◆ 探索與申論的評分標準。
 - ◆ 簡單一個觀念：「有誠意」。
 - ◆ 探索題要企圖宣揚自己的好惡。
 - ◆ 申論題要企圖說服讀者。
 - ◆ 讀者設定為同學或未來的學弟妹，
或是網民；總之不是老師。
 - ◆ 絕不容許抄襲。

108-2 的授課計畫

<http://shann.idv.tw/Teach/liberal/kernel>

課次	日期	課題	學習資料
1	03/03	導入、授課計畫、課程自介 (發加選卡)	[授課計畫]·[自介簡報]
2	03/10	第一講：數學作為一種語言 (發筆記本) [課堂筆記分享] [作業選輯]	[簡報]·[作業一]
3	03/17	第二講：艾雪的心靈版畫 [課堂筆記分享] [作業選輯]	[簡報]·[作業二]
4	03/24	第三講：卡洛的遊戲人生 (邀請課堂分享的學生--防疫暫緩) [課堂筆記分享] [作業選輯]	[簡報]·[Wonderland插圖集]·[Looking Glass插圖集]·[作業三]
5	03/31	第四講：看郵票說數學大歷史(上) [防疫遠距無課堂筆記] [作業選輯]	[簡報]·[說畫]·[作業四]
6	04/07	第五講：看郵票說數學大歷史(下) [防疫遠距無課堂筆記] [作業選輯]	[簡報]·[說畫]·[作業五]

評量

- ◆ 筆記 30%。作業 40%。
- ◆ 報告 30%。
 - ◆ 上台簡報者，10 頁 PPT 與 10 分鐘。
 - ◆ 繳交報告者，1200 字為原則。
圖畫、視頻、歌唱皆可。
 - ◆ 主題無限，但須說明與本課程的關聯。
「誠意」！
- ◆ 以上僅供參考。

其他資源分享（新知、新題、交流）

<https://www.facebook.com/groups/361257227407822>



單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

37

作者自選摘句

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

38

語言是界定文化的最主要特徵，
數學是一種語言；數學不僅本身
是文化的產出，數學也參與了文
化的創造。... 數學就像語言，全
面地—而且通常難以察覺地—
成為建構我們思維和生活的基調。

—頁 21

當人們說「理論上」(theo-
retically)，多半意味著，以
下敘述可能是錯的，或者事
實上不僅只如此。... 沒必要
說「定理上」(英文根本沒
有 theoremmically 這個字)，
只需說「根據定理」就行了。

—頁 43、46

艾雪那獨步於古今的藝術，...
以優雅幽默而且精確的方式，
將「數學」悄悄地融嵌在大家
熟悉的「心」、「物」二元
概念之間，讓人感受到這三種
真實的並立與分立。

—頁 69

把「荒唐」提升到文學的層次，絕
不是把沒有關連的文字堆砌在一起
而已，而是更精確地掌握產生「意
義」的邏輯，然後... 克服其「意
義」的產生，才能使用合情合理的
文字達到「沒有意義」的境界。這
就是荒唐文學（nonsense literature）
的旨趣。

—頁 76

畢達哥拉斯簡直是創立了一個崇拜「數」的宗教... 把數學提昇到屬靈的境界，不但讓數學從實用的束縛中解脫出來，更開啟了理性辯證上的需求：事關信仰的絕對與心靈的純粹，豈能容許一絲懷疑？

—頁 105

以數學當作門檻的宗教顯然犯了曲高和寡的大忌，難以開枝散葉，但是那些希臘人因此建立了一套思想體系，並且創造了新的數學知識。後世不再關心那些思想的宗教初衷，而謂之以哲學。哲學本來就是對不能理解的事物所做的解釋，所以從宗教拿掉了戒律和應許之後，的確就是哲學了。

—頁 108

數學在其他領域的成功範例，
證實畢達哥拉斯畢竟是對的：

萬般皆是數

數學真的可以解釋天地間的一切，雖然不是按照他當初設想的形式。

—頁 109

哥倫布犯了兩個錯誤，
卻負負得正，讓他成為
1492 年發現新大陸的英雄。

—頁 125

牛頓的《原理》確實是標誌性的轉捩點。在此之後，世人的眼光逐漸從仰望過去，調轉為盼望未來；對於人類自己從一個高尚完美的過去，一步步墮落隳壞到今天的觀念，逐漸轉變成為我們有能力獨自面對世界，而且完美的理想位於可達到的未來。 —頁 133

民主制度只是一套程序而已，它的實際價值在於隱藏其內的態度和觀念。

—頁 97

〔所謂民主〕實際就是一個小人物走進一個小隔間在一張小紙片上畫一個小記號。

—頁 215

請指教

單維彰 · 文脈作為高中選修 2021/1/19

[49]