

2-2 多邊形的內角與外角

P60 起

例題 8

正十二邊形的一個外角與一個內角各為多少度。

代公式。他面臨正多邊形的內角是不會大於 180 度，這從公式來推論，當然啦，因為這個 n 是大於 1 的，在前一頁出現一個很好的公式， $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ ，重點是 n 要大於等於 3，要不然還會出現負的， $n \geq 3$ 這個數不會是負的，所以 180 減掉一個正數，就會小於 180 度

例題 9

若正 n 邊形的一個外角為 20 度，求 n 。

若正 3 邊形的外角等於 20 度，那就是 $\frac{360}{n}$ 等於 20。

61 頁隨堂練習&動動腦

試問正五邊形可以鋪滿地面而不會造成空隙嗎？換成正八邊行呢？在正多邊形中，只有正三角形、正方形、正六邊形這三種正多邊形地磚，可以鋪滿地面而不會留下空隙，你會說明嗎？

用正方形地磚來鋪地面，如圖 2-23 的 A，那並不是所有的正多邊形都可以用來鋪滿地面。如果如同 B 就不行，正 5 邊形不能鋪滿地面。那鋪滿一個地面其他的條件是什麼，是他的內角能夠用 2 個 3 個或 4 個或 5 個或怎麼樣可以湊出他的 90 度，那正方形的話是 1 個內角 90 度，4 個內角是 360 度。那 6 邊形的話是多少？120 度

$(180^\circ - \frac{360^\circ}{6})$ ，那 3 個 120 可以湊出一個 360。那 5 邊形不行因為他的一個內角是 108。

事實上我們在多算幾個，也就是內角要 360 是一個因素，那內角剛剛已經知道公式是 $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ ，那麼也就是，把他變相一下，也就是 $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ ，那 360 度要除以這個數要能夠整除的話，稍微把他整理一下，因為 360 跟 180 會消掉，所以是 $\frac{2n}{n-2}$ 必須是整數才行。那 N 要帶 3.4.5.6 去看， $\frac{2n}{n-2}$ ，n 大於 3 的話，是可以的，答案是 6，n 帶 4 的話呢，答案是 4，就是 4 塊正方形可以鋪滿一塊地面；那 n 是 5 絕對不行，n 是 5 等於 $10/3$ 不是整數；n 是 6 的話呢， $12/4$ 是 3，這是可以的；n 是 7 的話就不行了。其實排下去，我們可以得到，其實能鋪滿地面的只有三種而已，3 或 4 或 6 邊形。

自我評量:

第 3 題

繞 4 邊形的公園散步，他由 P 點出發，經過 BCD 以後到達求點一共轉了多少度

其實他就是少轉了一個彎他就要回到 AP 那條線，等於就是缺了一個外角。外角回歸 360 度， $360-65=295$ 。

第 5 題

(1)圖為正五邊形，和正 6 邊形拼排後的圖形，求角 1、2、3、4。

(2)二個小題，ABC 是在同一條直線上嗎？為什麼？

(1)

只要知道正 5 邊形和正 6 邊形的內角是多少就好了，其中角 1 和角 2 是正 5 邊形或 6 邊形的外角。所以角 1 是 60 度，角 2 會是 $360/5=72$ 度，角 1、2、3 會集成三角形，所以角 3 用 180 度去角 1 和角 2 得到 48 度。角 3 跟角 4 還有角 B，就是五邊形的角 B 跟六邊形的角 B，這一圈是 360 度，先剛剛把角 3 算出來的扣掉，然後五邊形的內角跟六邊形的內角各是知道的也扣掉，扣掉以後就是角 4，就是 84 度。

(2)

假設如果 ABC 在同一條直線上則，角 B 的那兩側加在一起，也就是角 B 加上角 3 會是一個平角(180 度)，但是角 CBA 不是 180 度。角 3 是 98 度，角 B 是 108 度，加在一起超過 180 度，所以 ABCD 不再一條直線上。

2-3 平行與垂直

<定義>

在數學上當兩直線 L_1 、 L_2 同時垂直於同一條直線上，我們稱 L_1 平行於 L_2 或 L_1 、 L_2 互相平行。

<補充>

這是比較好的說法，永遠不相交是對於學習上很難想像永遠不相交。因為紙不夠大，所以不知道是不是真的永遠不相交，先劃一條直線，再分別畫兩條都垂直於原本那條直線的直線。所以他那提問 L_1 、 L_2 會不會相交？為什麼？因為如果他在很遠的地方相交的話，這邊相交兩個點，這樣就變成三角形，但是這邊兩個角都是 90 度，這樣不符合三角形，所以不可以相交， M_1 、 M_2 有沒有平行，用眼睛看，

隨便畫一條垂直 M_2 的線，也垂直 M_1 。從原始的定義推論到一件事，永遠不相交，這是直接可以觀察到的。

P64

若一直線 $M \perp L_1$ ，且 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $M \perp L_2$

動動腦：

如果 LMN 是互相相異的三條直線，然後通通垂直於某一條線，也就是平行的遞移律。

直覺上平行線就像鐵軌，永遠有固定的間隔，這間隔就是兩線距離不變。如圖 2-27，一條直線 L ，線外一點 A ， A 到 L 的距離怎樣定？圖(b)從 A 拉一條線垂直 L 於 P 點， AP 的距離，才是 A 到 L 的距離。圖(c)從 A 劃一條線到 L 任意交一點 Q ， APQ 必為一個直角三角形，隨便從 A 劃線到 L 的長度，一定超過 AP 的長度，這就是要告訴我們垂直的距離是最短距離。

例題 1

說明：

平面座標方程式， L_1 是一條方程式是 $Y=1$ 是一條水平線， L_2 $Y=2$ ，求點 A 到 L_1 、 L_2 的距離，要畫垂直於 L_1 、 L_2 的線，固定 $X=2$ 來算。

隨堂練習 P66

說明：

假如垂足之點為 P，求 AP 有多長？ $x=-3$ $y=-5$ ，垂直這個點 PN 畫一條水平線，N 從 A 劃一條垂直線，就會畫出來一個邊長為 4 的等腰直角三角形， 4^2+4^2 開根號等於 $4\sqrt{2}$ ，

<定義>

當一條直線與相異的兩條直線 M、N 產生於相交不同的兩點，我們稱 L 是 M、N 的**截線**。三線所成的角都成為**截角**。

圖 2-29 三條線，總共有 8 個角，角 1 跟角 5 是同位角，換個角度看，有四對同位角。角 3 跟角 6 和角 4 跟角 5 稱為內錯角，有兩對內錯角，同側內角也有兩對。

例題 2

說明：

角 2 和角 1 是同位角，角 2 和角 3 是內錯角，角 2 角 4 是同側內角，當這兩條線平行時，角 1 跟角 2 會相等，角 2 跟角 4 是 180 度。再來需畫輔助線，先畫一條垂直線，這條垂直線截成了好幾個直角三角形，角 1 跟角 5 互餘，所以角 1 加角 5 等於 90 度。再大一點的直角三角形，角 5 跟角 2 互餘，角 1、角 2 都跟角 5 互餘，所以角 1 跟角 2 相等。同側內角相等，角 1 跟角 3 是對頂角，角 1 跟角 3 也相等，所以角 3 跟角 2 是內錯角也相等。角 3 跟角 4 或者角 1 跟角 4 都一樣，他們是平角，那角 2 跟角 3 或角 2 跟角 1 他們又相等，所以角 2 跟角 4 是互補，所以角 1 跟角 4 是平角，所以他們互補。同側內角會互補，同位角會相等，內錯角會相等，當被截的兩條線是平行時才會成立。

隨堂練習：

第 2 題：

說明：

在圖一，圖二，圖三裡，L、M兩條直線全都不垂直於第三條線，故三張圖中L、M皆不平行。

第 3 題：

說明：

角 1 的餘角有一個是角 2，那只要跟角 2 一樣都是角 1 的餘角。角 2 跟角 3、6 一樣。角 2 的補角是角 4，角 4 跟角 5 是內錯角。

例題三：

說明：

角 1 是 50 度，角 2 是 60 度，通過 B 點要劃平行線，然後角 1 挪過來角 2 挪過來，然後角 3 就等於角 1 加角 2，

<定義>

平行四邊形，相鄰的兩邊稱鄰邊，不相鄰的稱對邊，兩組對邊互相平行的四邊形稱平行四邊形。

平行四邊形的鄰角互補，對角相等。
