

三元一次聯立方程組的基本性質

1. 試用克拉瑪法則解方程組
$$\begin{cases} 7x + y + 3z = 6 \\ 4x - y + z = 1 \\ 5x + 3y - 2z = 8 \end{cases}$$

解： $x = \frac{37}{57}$ 、 $y = \frac{89}{57}$ 、 $z = -\frac{2}{57}$

2. 試求方程組
$$\begin{cases} (1-k)x + y + z = 0 \\ x + (1-k)y - z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$
 有異於 $(0, 0, 0)$ 的解時 k 之值

解： $k = \pm 2$

3. 設方程組
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$
 恰有一組解 (α, β, γ) ，其中 $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$ ，

試求
$$\begin{cases} 2a_1x + 3b_1y - 4c_1z = 5d_1 \\ 2a_2x + 3b_2y - 4c_2z = 5d_2 \\ 2a_3x + 3b_3y - 4c_3z = 5d_3 \end{cases}$$
 之解

解： $x = \frac{5}{2}\alpha$ ， $y = \frac{5}{3}\beta$ ， $z = -\frac{5}{4}\gamma$

4. 設方程組
$$\begin{cases} 5x + 3y - z = 0 \\ 2x + y + 3z = a \\ x + 4y + bz = 17 \end{cases}$$
 有無限多組解，試求 a 及 b 之值

解： $a = -1$ ， $b = -58$

5. 設
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -9 \\ ax + y + z = 4 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases}$$
 與
$$\begin{cases} 2x + by - z = 1 \\ x - 2y + 3z = 13 \\ 2x + y - cz = 12 \end{cases}$$
 具有相同的解，且已知其解集合恰含

有一個元素，試求 a, b 及 c 之值

解： $a = 1$ ， $b = 0$ ， $c = -3$