

# 數學歸納法

數四 b 康君豪 90015100

1. 試證： $1^2 \cdot 2^1 + 2^2 \cdot 2^2 + 3^2 \cdot 2^3 + \dots + n^2 \cdot 2^n = (n^2 - 2n + 3) \cdot 2^{n+1} - 6$

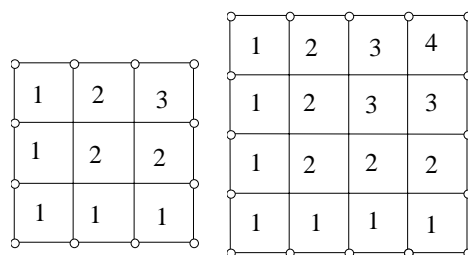
2. 試化簡  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$  的值，  
並用數學歸納法證明這個結果。

3. 證明： $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \geq \frac{2n}{n+1}$ ， $(n$  為正整數)。

4. 證明對於所有的自然數  $n$

$$\frac{1 \cdot 2^1}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2^2}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 2^3}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{n \cdot 2^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{n+1}}{n+2} - 1。$$

5. 觀察下列  $3 \times 3$  與  $4 \times 4$  方格中的數字規律，  
如果在  $10 \times 10$  的方格上，仿上面的規則填入數字，  
則所填入的 100 個數字的總和為\_\_\_\_\_。



答案：

1. 證明：略

2.  $1 - \frac{1}{2n+1}$ ，證明：略

3. 證明：略

4. 證明：略

5. 385