

# 素養導向課程設計

## 11年級數學分類課程

### 教學與實作(2)

單維彰、蘇麗敏  
國立中央大學師資培育中心與數學系  
2019 高中數學種子教師研習  
民國108年1月17日

單維彰 · 11年級分類課程 · 2019/01/17

1

## 11年級B類課程

- ◆ 文史哲藝健體
- ◆ 生涯最後一年的數學教育
- ◆ 若有足夠的成熟度與動機

可銜接數乙

單維彰 · 11年級分類課程 · 2019/01/17

2

## 專門設計的新課程

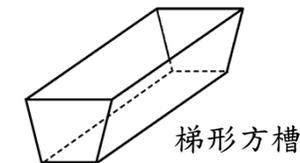
- ◆ 不是「減法」或「弱化」的課程
- ◆ 需要「必修」的教育態度
  - ◆ (文化人的) 數學素養
  - ◆ 終身學習的數學語言
  - ◆ 數學內容與思維的基本認識
  - ◆ 視為文化底蘊的數學

單維彰 · 11年級分類課程 · 2019/01/17

3

## 空間概念：三視圖、展開圖

連結(複習)展開圖，認識(直)圓錐、無蓋長方盒、無蓋圓柱盒的展開圖、三視圖，並適度練習繪製。可進一步推廣到方槽或圓槽(trough)的展開圖與三視圖。



單維彰 · 11年級分類課程 · 2019/01/17

4

## 空間概念：削切正多面體

藉由「削切」正多面體，認識（部分）阿基米德多面體（半正規多面體），連結截面概念，認識截面與半正規多面體之面的平面幾何圖形。

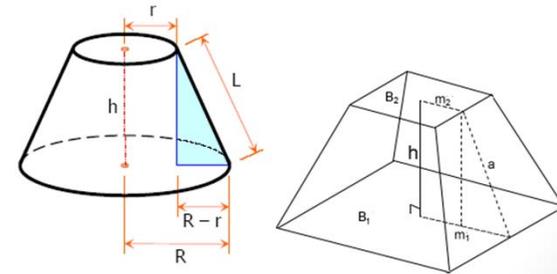


5

單維彰 · 11年級分類課程 2019/01/17

## 空間概念：削錐成臺

將錐體上方的尖端截掉之後，成為臺（frustum）。



6

單維彰 · 11年級分類課程 2019/01/17

## 空間坐標系

- ◆ 連結 9、10 年級長方體
- ◆ 跨領域連結地理，球形的地球模型
- ◆ 經線與緯線

7

單維彰 · 11年級分類課程 2019/01/17

## 比例：再訪實用數學

- ◆ 統整複習幾何知識，以及使用「比例」解決問題的意識和能力
- ◆ 藉由平面幾何的比例認知，增進其藝術設計方面的欣賞與應用能力
- ◆ 平面幾何包含生活經驗範圍內的空間中的平面幾何
- ◆ 比例，包括百分比、比例式、三角比

8

單維彰 · 11年級分類課程 2019/01/17

## 比例：羅馬圓拱

羅馬拱 (Roman arch) 的前視圖是同心的半圓環，正中央最高處的石塊稱為合頂石 (keystone)。假設合頂石的圓心角為  $\theta$ ，左右對稱且由下至上用體積 9:7:5:5 的楔形石塊組成。

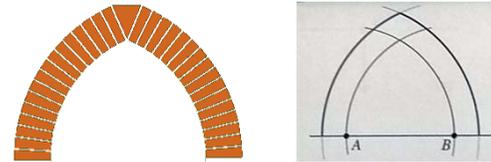


9

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/7

## 比例：哥德尖拱

哥德式 (Gothic) 大教堂之所以可以建得那麼高大，而且開出面積很大的彩繪窗，關鍵原因就是建築的骨架從圓拱結構改為尖拱結構。原本只能做在正三角形上。

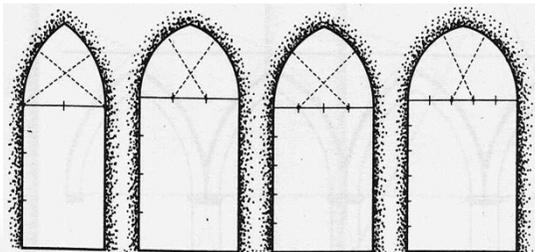


10

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/7

## 比例：哥德三分拱

掌握比例原則之後，建築師可以更多元地設計各式哥德式尖拱門窗造型。兩弧相交處的切線夾角，稱為尖拱之頂角，可以用解析幾何或平面向量來推算。

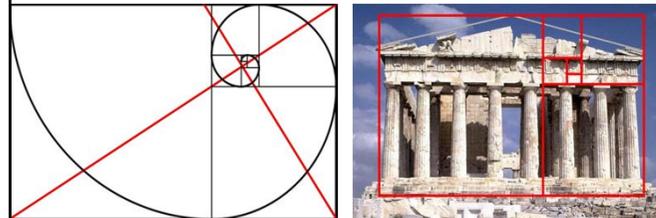


11

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/7

## 比例：黃金比

不宜「宣告」黃金比就是「美」。美的觀念是先驗的，不能被數學公式定義。很多設計師認為黃金比是美的或和諧的，而採用此特殊比例。可能是因為比較容易在一份設計裡（例如帕德嫩神殿的前視圖），安置不同尺度但全都彼此相似的長方形，而那些長方形又都伴隨著正方形，帶來莊重穩定的感覺，但不會像直接使用正方形那樣的呆板。

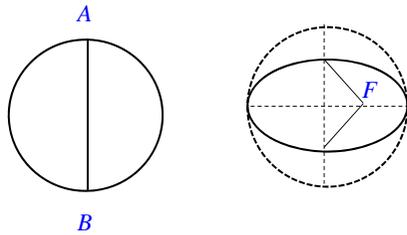


12

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/7

### 橢圓：側看的圓

投影觀念下的圓。「壓扁」的圓，  
「拉長」的圓。口語的「橢圓」其實是「卵形」(Oval)。



13

### 橢圓：圓柱上的截痕

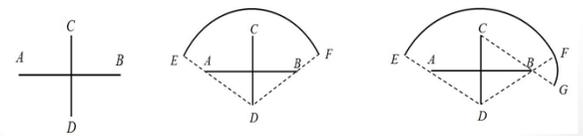
在斜面屋頂上安裝直立式  
圓頂天窗，是常見於高緯  
地區的建築式樣。



14

### 卵形：平滑銜接的圓弧

例如看似橢圓的  
羅馬競技場，其  
地基是卵形設計  
關鍵：共切線。



15

### 圓錐模型：點光源

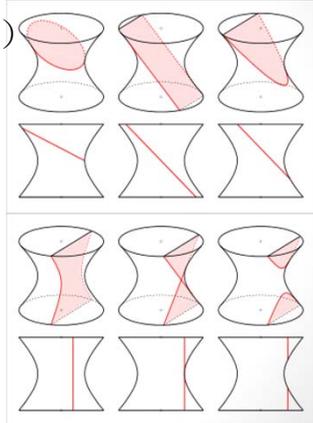
圓錐是點光源照亮區域的數學模型，而  
當它照著一堵牆，則牆就是圓錐的截平面。



16

### 圓錐曲線：雙曲面的截痕

雙曲面 (hyperboloid) 可以用直線段造出其骨架，在建築結構和造形設計中均有典範應用。可採購 (自製) 模型，也有電腦動畫。

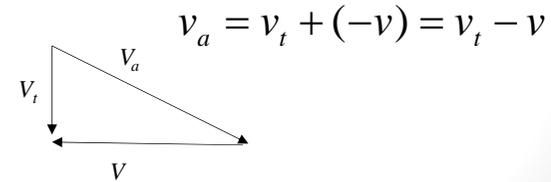


單維彰 · 11年級分類課程 · 2019/01/7

17

### 平面向量：真風 vs 感受風

海上航行者，或者風浪板的運動員，在行進間有真風 ( $v_t$ : True Wind) 和感受風 ( $v_a$ : Apparent Wind)。運動員的行進速度為  $v$ 。



單維彰 · 11年級分類課程 · 2019/01/7

18

### 平面向量：力的合成分解

羅馬圓拱合頂石之重量，必須由其左右兩側的石塊支撐起來。整個半圓拱的重量，依此原理往下和往外 (兩側) 傳遞和累加。許多圓拱並列時，水平分力並不疊加，而等於一式圓拱產生的側向力。



單維彰 · 11年級分類課程 · 2019/01/7

19

### 平面向量：內積與辨識

向量內積可應用在圖形相似度。首先根據臉部特徵建構一個特徵圖形，以後要辨識時以鼻樑為起點，各臉部特徵點為終點，形成許多特徵向量，再計算各向量內積值的差異。



單維彰 · 11年級分類課程 · 2019/01/7

20

## 平面向量：帆船的傾斜

帆船或風浪板的推動力來自風帆，風帆產生推力 (push)，但是因為舵 (rudder) 控制了行進方向，船隻只能朝著特定方向前進。推力分解成互相垂直的分量，其中一項對船體產生側向力，造成船身傾斜。



21

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/7

## 週期性：圖案設計

以圖騰或是紋飾呈現重複模式的週期性現象，可判斷週期性現象的基本模式。



22

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/7

## 週期性：聲波與音頻

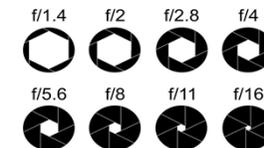
當聲音振動頻率為  $f$  時，此振動波的方程式可以寫成  $A\sin(2\pi ft)$ 。頻率  $f$  表現為音高 (pitch)，振幅  $A$  表現為聽覺上的響度或音量 (loudness)，常用響度單位為分貝 (dB: decibel)，可連結對數函數。單一頻率的聲波稱為純音 (pure tone)。

23

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/7

## 按比例成長：等比

專業照相機的鏡頭用  $f$  值 (f-number) 來調整的光圈 (aperture) 的大小。常見的  $f$  值，有 1.4、2、2.8、4、5.6、8 等，這些數值其實是  $\sqrt{2}$ 、 $2$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $4$ ... 的近似值，也就是以  $\sqrt{2}$  為公比的等比數列。

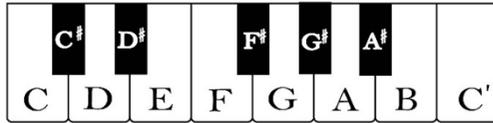


24

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/7

### 按比例成長：音頻 vs 音階

採用十二平均律而做的音階，其音階的頻率形成一個等比數列，但是它們在聽覺上形成一組等差的聲響，其等差現象發生在頻率的對數上。

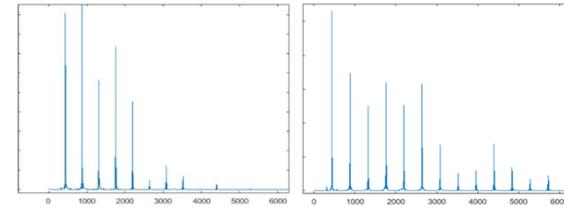


25

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/17

### 數據分布：音色 vs 泛音

生物或樂器很不發純音，而是在一個基礎頻率之上，同時發出其他附帶頻率的聲波，稱為泛音 (overtone)。各泛音強度的組合，讓我們聽到它的音色 (timbre)。



長笛的泛音分布

雙簧管的泛音分布

26

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/17

### 機率：風險與決策

- ◆ 強調主觀機率與機率推論的併用，幫助在社會生活的情境中評估風險，做理性的決策。
- ◆ 著重於「列聯表」的工具性運用。

	G 過	G 否		G 過	G 否		G 過	G 否	
T 過			T 過	15	20	T 過	15	5	20
T 否			T 否			T 否	10	5	15
				25	35		25	10	35

27

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/17

有請  
蘇麗敏老師

The End

28

單維彰 · 11年級分組課程 2019/01/17