磨課師課程推動計畫標竿課程甄選申請表

一、基本資料

課程名稱	高三增	高三增能微積分先修課程(A、B)					
	Advance	Advanced Placement Calculus for Early Admitted Collegians (A/B)					
授課教師	11 40 4	마 ,,, -i-,	現職單位:				
資料	姓名:單維彰		國立中央大學師資培育中心與數學系				
開課次數:a		累積選修人數:b	累積通過人數:	累積觀看人次:c			
5 次		1,627 人	387 人	810,548 次			

註 a:此網路課程自民國 102 年至 106 年各開課一次,共 5 次,此處顯示的是 5 年的全部統計。其中 102 年僅在桃園地區試辦,103、104 年推廣到桃竹苗全區,自 105 年起邀請部分其他縣市的學校參與。此外,自 105 年起,此課程開始分成 A、B 兩班(社會組、自然組)。

註 b: 102 年 50 名修課/27 名通過(以下例同), 103 年 228 名/95 名, 104 年 388 名/80 名, 105 年 650 名/122 名, 106 年 311 名/63 名。

註 c: 這 5 年以來,授課影片每年都有些新增或抽換。此欄的數據乃根據 106 年 A、B 兩班的教學影片之聯集所做的統計。共計 122 支影片,總長度約 21 時 22 分。教學影片全部公佈在 YouTube 平臺上,此欄顯示的是全部影片的總播放次數。詳細資料請看附錄一。

二、課程登入資訊(請提供教師或課程管理員身分帳號)

課程網址:d	帳號:	密碼:
www.ncux.tw	chkstaff@example.com	chkstaff
learnix.edu.tw/mapleta		

註 d:課程平台是第一個網址,開課當時可以自動連線 MapleTA 伺服機。但是後 者在 8 月換到新機,還沒有重新連結。兩者帳密相同。請看後面的說明。

三、課程摘要與特色

「高三增能網路課程」是教育部透過「區域教學資源整合計畫」執行的網路課程,其中「微積分先修」是由「桃竹苗區域教學資源中心」承辦的課程。這是一門中央大學數學系正式申請開設的網路課程,提供高三準大學生在高中畢業前的六週,以「社會人士」的身份選修。本課程秉持以下四項理念。

- (1)學生在高中校園內學習,由高中教師指導。整個課程執行期間,學生還沒從 高中畢業,仍屬高中教育的一環。我們希望利用這門課實驗一種高中與大學 的合作機制。
- (2)不為取代大一微積分,而是根據高中數學的知識來認識微積分的原理和主要學習目標。我們利用這門課,讓高中學生在學習的最後階段,有機會統整高中數學課程裡,關於函數與多項式的知識與技能,並盡力協助學生銜接高中數學和大一微積分的學習。
- (3) **不為銜接大學微積分,而為準備專業課程**。在大學一年級可能學習的物理、 化學、生物、統計、經濟學等專業基礎科目中,比共同必修的微積分課程更 早用到微積分。這門先修課,主要是為這些專業科目預作準備。
- (4)**維持評量的品質**。學生將接受嚴謹的評量,維持中央大學課程的要求,不因為線上學習而減損評量成績的可信度。

本申請案之說明影片網址為 https://youtu.be/JCiTqpjDv70。

四、說明

1. 課程設計

因為前面的「理念 (1)」以及「大學法」規定高中生必須由學校推薦,方可以社會人士的身分選修大學課程,所以本課程要求高中必須至少有一名數學教師,自願(無償)擔任在校導師,方可參與此課程。該名導師需在當地代理以下事務:

- 受理學生報名,編製名冊。
- 協助學生上網,開始學習。
- 適度督導學生網路自學,並可回答學生的疑問。

- 接收每週的考券 (pdf 檔案), 印出考券, 召集學生考試。
- 監考,收卷,寄回中央大學(已事先提供回郵信封)。
- 其他代表該校學生的溝通事項。

本課程在學測放榜後,開始宣傳。因為是由「桃竹苗區域教學資源中心」 承辦,所以發佈消息给全部「桃竹苗」區域內的高中。而這些高中陸續在民國 103、104和105年,曾有數學教師前來中央大學參加工作坊,成為前述「導師」 角色的同仁。從民國105年起(去年和今年),也將消息發佈給「桃竹苗」以外 的部分學校;這些學校被選擇的主要原因是,具備至少一名曾經參加相關研習 的數學教師。

在大學第一階段招生放榜時,學生開始報名本課程。而大約在四月最後一週開始本網路課程,為期六週,至六月第一週結束。偶有高中較早舉辦畢業典禮時,則需要例外處理。以今年(106年)為例,報名與課程的期程表,置於附錄二。

呼應前面的「理念 (2) 和 (3)」,本課程特別注意高中數學的統整與銜接,並專注於為學生準備各專業學系可能提早需要的微積分知能。根據課後對已經升入大學的本課程校友之追蹤訪問,顯示本課程確實發揮了提早準備的功效。特別是物理系、電機系、經濟系的學生,對此功效的感受最清楚。

成績及格的學生,將獲得中央大學的二學分。如果後來進入交通大學或中央大學,確定可以認抵該校「微積分預備課程」之二學分;其他學校則有其他的可能性。實際上提出學分抵免的學生並不多,顯示學生可能還是將此課程視為自我成長的機會。

2. 教材品質

本課程在民國 104 年之前的教材內容,並不假設學生具備高中選修課程「數學甲II」的基礎。但是結果顯示,不少積極的自然組學生,已經具備那門高中選修課程的基礎,而呼籲本課程教得更多。因此,本課程在民國 105 年分成 A、B 兩班,依序提供社會組、自然組的學習內容;前者延續過去的教材規劃,但後者則在「數學甲II」的基礎上,提供更多的微積分概念與技術。

雖然 105 年的 B 班學生並不見得大量通過本課程,但成績及格的學生,的確成績略高,多位幾乎獲得滿分;而且,這些學生表示希望能夠學習更多。因此,今年(106 年)的 B 班課程,再增加了一個主題,比去年多出 13 支教學影

片(及其搭配的形成性評量)。

授課教師對高中數學教師與學生,寫了一份A、B兩班的教材設計說明,放在課程說明手冊裡,今年的版本如附錄三。每位參與此課程的高中教師,都會在宣傳期開始的時候,收到這份說明手冊。而授課教師今年還特地為A、B班各錄製一份說明影片,網址如下。

- □ A 班課程導入影片 https://youtu.be/ZPYK_FeqSgY
- □ B 班課程導入影片 https://youtu.be/GeSHkiuFzEs

本課程之教材的教學影片部分,乃是從以下各系列網路教學中抽取出來, 重新組合而成。各系列影片都公布在 YouTube 平臺,各集結為一個播放清單。 六個系列的名稱及簡介如下。

- 大學入門微積分。桃竹苗區域教學資源整合計畫資助,全長約150分鐘,在 準大學生的營隊活動中講課。網址:https://goo.gl/kMMhK3。
- 基礎數學。桃竹苗區域資源中心、教育部磨課師計畫,共9支影片,屬於高中或更基礎的數學知識,認為需要補充或加強者。網址: https://goo.gl/Yjg6vy。
- 商管應用微積分。桃竹苗區域教學資源整合計畫資助,共114支影片,專為 科技大學商管學群而設計的二學分微積分教材,特別注意實用的需求,也特 別注意基礎的銜接。因為一開始在開南大學試教,所以也稱為「開南微積分」。 網址:https://goo.gl/Ke6oMG。
- 微積分拾級(一)。教育部磨課師計畫、臺聯大磨課師計畫資助,共68支影片,微積分的初步知識與應用,強調「數學+電腦」,專注於多項式函數、代數函數的微積分。網址: https://goo.gl/ujmiKB。
- 微積分拾級(二)。教育部磨課師計畫資助,共41支影片,專注於指數與對數函數的微積分及其應用,並將知識擴展到有理函數的反導函數、微分方程、不定形式的極限。網址:https://goo.gl/bc8dzE。
- 微積分拾級(三)。教育部磨課師計畫資助,共21支影片,專注於三角函數的微積分及其應用,並將知識擴展到三角代換、無窮數列與級數、冪級數函數、極限的嚴格定義。網址: https://goo.gl/qQsMV1。

上述所有教學影片均為專錄,其中「入門」和「商管」系列在教室錄影而且很少後製,這些教材的影音品質都有基本水準。但是「基礎」和「拾級」系列則因為有教育部磨課師計畫之資助,所以多數為棚錄,且經過較精緻的後製,使得影音品質相當優異,甚至能夠搭配圖表動畫。

但是,教學影片的品質不僅在影音,更在教材與教法,以及整體的課程設計。申請人(單維彰)在幾乎每一個微積分主題上,都有別出心裁的設計。他很了解臺灣的中學數學課程,也非常了解臺灣學生的普遍問題,所以講解的切入點總是更能幫助學生理解。他也擅於譬喻,經常能找到自然、普通、貼切的比喻,讓數學概念更平易近人。上述影片公布在 YouTube 平台,接受全體網民的公評(只要能聽懂中文);從陌生人自發的留言可以看得出來,這些教材受肯定的程度。以下僅舉少數幾個例子,請評審委員自行瀏覽這些影片的留言。

- □ 微積分是甚麼(舊版): https://youtu.be/--bnoS 3zTw。
- □ 微積分是甚麼 (新版): https://youtu.be/XCSfvBm3J8Y。
- □ 微分連鎖律: https://youtu.be/LNtawPWjRuA。
- □ 鐘型的機率分佈: https://youtu.be/7P 7die6Lno。
- □ 認識微分方程: https://youtu.be/Qyutkf6I Cs。
- □ 自然對數與一般指數的微分: https://youtu.be/GvvRWalf4to。

本課程從以上系列抽出 122 支(不同)的教學影片,組成 A、B 兩班的教材。多數的教學影片,已有單篇的文本可供下載閱讀。從學生的活動記錄來看,遇到比較單純的技術性主題,例如 A 班的「球的體積」、「球的表面積」,學生直接閱讀單篇的文本而已,沒有看教學影片。附錄四即以「球的表面積」為例,示範一份搭配教學影片(https://youtu.be/Com5JdUmP34)的單篇文本。

A、B 兩班的教學影片數量、時間長度、搭配的文本篇數,如下表。今年 A、B 兩班的實際教材列表如附錄五、附錄六。

教學影片	A 班	B 班
影片數量	68 支	91 支
時間長度	約 12 小時	約 16 小時
文本篇數	66 篇	63 篇

六週的課程,若折算二學分,每週應授六節課。但是由於教學影片沒有冷場、沒有教室管理、口條也比較緊湊,所以效率比教室講課高。因此,平均每週大約2小時(A班)或3小時(B班)的教學影片,其學習份量足夠。何況每支影片都附帶評量題目,前五週各有一節課的小考、第六週有兩節課的期末考(詳見下一節),學生的學習活動可與一般二學分的大學課程比擬。本課程的學習份量與評量水準,經中央大學、中原大學、交通大學、逢甲大學的數學系同仁檢視確認,也被中央大學的網路課程審查委員,承認為二學分的選修課程。

自然組(B班)的教學影片較多,而每支影片在課程內被播放的平均次數, 也是B班較高。A班平均每支影片在課程內播放57次,B班平均每支播放80次。A班註冊人數為128名,B班183名。

3. 評量設計

本課程有三個層次的評量設計,分述於下。

第一,每支影片都附一份「驗收測驗」題卷,題型大多為五道單選題,內容緊扣教學影片,並無延伸,也不需要特殊的創意。「驗收測驗」是課堂上「隨堂練習」的概念,目的僅在於促進學生的動手動腦學習而已,並不是精熟練習也不是能力評量。少數的例外是:有些「證明」的教學影片,屬於附錄性質,不附驗收測驗;有些「電腦操作」影片,搭配的題型是填充題,希望學生真的操作電腦軟體獲得答案。附錄七提供非常簡單的第一支教學影片「微積分是甚麼」所附的驗收測驗。

教學影片和所附的驗收測驗,都呈現在 NCUx 學習平臺上,也就是前面提供的課程網址 www.ncux.tw。

第二,每週一次小考,測驗時間半小時或一節課,題目是四或五道手寫的計算或問答題。題目抽自當週的作業(請看下一節說明),但是作業題目為選擇或填充題型,選為小考時,將改造成計算題。考卷由開課學校(中央大學)製作成 pdf 檔案,用 Email 傳給各高中的導師,委由導師列印、監考、收卷。開課之初,開課學校就寄給導師六份回郵信封袋,請導師將考卷寄回中央大學,由助教批閱。助教收齊各校寄回的考卷之後,在學習平臺上公布參考答案與評分標準。小考考卷批閱之後,再寄回導師,請其代為發還學生。

第三,期末考。在本課程最後一週(第六週)舉行,測驗時間兩節課,如 同中央大學微積分聯合教學的段考考卷,題型包括是非、選擇、填充、計算。 評量的範圍,涵蓋第一週至第五週的全部學習內容(不含第六週)。期末考也是 由高中的導師列印、監考、寄回,但是開課單位保存期末考卷,僅公布學生的 成績,但不寄回考卷,留備日後審閱。

遇到成績有疑議的情況,都是請在校的導師擔任中間人,代表學生與助教直接溝通。這種情形很少發生。曾經有一次某導師指出題目錯了,經教授確認後,的確是助教錯了。所以由教授寫了一份說明,公布於教學平臺,那一題全

體送分。

期末考閱卷完畢之後,助教結算成績,教授複核之後,向中央大學教務處登記成績。社會人士選修大學課程的成績單,由教務處寄發各校導師,請其代為轉發各生。至此,課程算是結束了。在平臺上累積的學習歷程資料,則由平臺的支援團隊接收,作為研究材料。

4. 學習活動設計

學生註冊之後,即由導師轉發一份「網路學習須知」;此外,本課程也順便製作了〈快樂學習磨課師〉短片。這兩份材料,都指導學生善用網路教學影片的小秘訣,包括利用零碎時間、適當做筆記、善用影片播放功能等。從NCUx平臺記錄的學生閱覽影片的動作來看,的確多數學生能善用快轉、跳躍、重播等功能。

本課程鼓勵學生按照預定進度學習,看影片的同時,準備好自己的筆記本,或者備妥搭配的單篇文本教材。看完每支影片之後,立刻做「驗收測驗」。此測驗可以重複作答,直到答對為止,不會倒扣。

當一週的影片進度都學完了之後,學生就該做作業。本課程搭配「台灣微積分題庫平臺」使用 MapleTA 作為做線上微積分作業的工具。「台灣微積分題庫」擁有 9,000 道經過測試的微積分練習題,以 MapleTA 軟體作為習題的載體,可以支援選擇題、填充題、繪圖題,還能夠以參數命題,使得每位學生獲得的題目一樣,但是係數略有不同。「台灣微積分題庫」經過三年的整理,已經將題目按照微積分概念細目而分類,方便教師選題與組卷。而學生可以在指定時間內在 MapleTA 環境內打開作業;在作業期限到期之前,學生可以重複做任意多次的作業,MapleTA 將會及時給予評分與回饋。而最後我們將採用其最高一次的成績,當作該份作業的成績。

使用 MapleTA 做作業,是本課程的主要學習活動之一。今年 4—6 月課程進行期間,NCUx 學習平臺可以和 Windows 伺服機上面的 MapleTA,以 LTI 介面進行串接。可是,我們在 9 月份將 MapleTA 轉移到 Linux 伺服機上,以便獲得較高的安全性。現在,礙於 NCUx 平臺的人力有限,還沒有重新做好 LTI 串接。因此懇請審查委員另外連線「台灣微積分題庫平臺」,登入的帳密與 NCUx 的相同。登入之後可以看到「高三增能微積分 106A」與「106B」兩門課。進入課程之後,就能看到今年安排給學生的每週作業;每週一份到三份不等。所有作業

此刻都已經過期了,但是為方便審查,我們隨機打開了幾份作業以供參酌。

由於 MapleTA 系統對於帳號權限的管理功能有限,凡是教師帳身分的號都能直接修訂題庫。這樣的帳號,責任實在太大。因此,開放給評審委員使用的 MapleTA 帳號,身分僅為學生。敬請見諒。(NCUx 的評審帳號為教師身分。)

MapleTA的每一份作業,都是包含大約30道「題庫」內的題目。這些題目被助教分成三、四、或五類,每位學生每次打開作業時,MapleTA會從每一類型裡面隨機挑選2—4題,組成一份作業,稱為「組卷」;組卷之後的作業,必有10道題。因此,每位學生每次重複打開同一份作業時(前一次作業已經確認做完登記成績之後),或者不同的學生打開同一份作業時,獲得的題目不盡相同。有些動機強烈的學生,會重複做同一份作業很多次,直到他/她再也看不到新題目為止。這些行為都被MapleTA系統記錄下來,同樣交給後援團隊去研究。

下表呈現 A、B 兩班學生做作業的平均次數。A 班共有 19 份作業,而 B 班 共有 18 份。我們將學生分成四種群體,定義如下:

□ 全體:所有註冊的學生。

□ 參與者:至少做了一份作業的學生。

□ 完成者:至少做了一份作業並且參加期末考的學生。

□ 及格者:總成績及格的學生。

表格內的數字,是指該群體之內,每位學生平均做作業的次數。

群體	A班作業	B班作業
全體	9.7	9.4
參與者	14.1	16.6
完成者	18.9	25.4
及格者	26.8	37.6

我們的確不能確認上網做作業的人,是不是學生本人?但是根據過去的研究結果,顯示網路作業的抄襲(或代理)情況,比紙本作業少得多。究其原因,可能是因為網路作業每次隨機組卷,學生獲得的題目不同,不太可能抄襲,而代理的成本也太高,所以降低了抄襲的動機。此外,小考題目來自作業;雖然比例很低(小考只有四、五題),但必須手寫,所以也間接鼓勵學生自己做作業。

兩班學生的總成績計算標準是一致的:驗收測驗與小考,佔40%;作業佔30%;期末考佔30%。此計算標準,在開課之初就公布了。

學生可以在 NCUx 教學平臺的討論版向助教提問,也可以直接寫 Email 給助教,甚至給教師。雖然這三種溝通方式都發生過,但是其實發生的次數都很少;高中生似乎還是不習慣在學習過程中,以網路提問,也可能當地的導師已經足夠應付學習的問題了。

5. 計畫成果

本「高三增能網路先修課程」計畫,是教育部「區域教學資源整合計畫」的一個項目;今年(106年)的補助金額僅為5萬元。本「高三增能微積分先修」課程的磨課師教材,則多數為過去接受教育部「磨課師」相關計畫資助而製作的,我們可以將此「高三增能微積分先修」課程,視為「磨課師」教材的應用模式之一。因為「微積分」的課程性質,使得若要頒發學分,則必須嚴謹地評量。因此,較難實施全網路的「微積分」課程。而若不要頒發學分,純粹當作個人成長或興趣的學習,則公布在YouTube的教學影片,已經足夠使用了。

由於上述考量,申請人(單維彰)嘗試各種「半網路」的應用模式。例如他本人在中央大學微積分聯合教學之中,實驗一個半網路學習的班級。因為那些其他嘗試,並不包含在本申請案的範圍之內,故不贅述。此申請案提出的「高三增能微積分先修」課程,也屬於「半網路」模式,其特色包括:

- □網路學習:高品質的網路教材,豐富的線上作業題庫。
- □ 實體考試:確保評量的品質。
- □ 現場答疑:在校導師代為指導一般性的問題。

上述三項特色,自認已經達成了前兩項。至於最後一項,雖然已經執行且有所成效,但難以確保各校導師的參與程度。累積的經驗顯示,導師的態度積極與否,對於該校學生的學習成效影響很大。但是,要做好第三項,牽涉以下因素:

- (1)教師培育。過去(民國 103、104、105 年)曾經舉辦高中教師工作坊,培育參與本課程的高中數學教師,使其熟悉本教材。這些工作坊確實培育了一些種子教師。但是,工作坊的實施範圍,難以超越「桃竹苗」的地域限制,而且今年沒有經費繼續舉辦。
- (2)教師鐘點。從事此課程的導師工作,不能從高中獲得授課鐘點。 這個情況,可能在十二年國教正式實施之後有所轉機。一些高中 同仁已經著手準備,在高三開選修課,採用本教材與本課程應用

模式,這樣他們就有鐘點了。而學生將獲得高中的學分。

(3)教師回饋。我們從來沒有經費補貼給高中的參與同仁,他們必須 無償地為學生服務。部份教師陪著學生一起學習,當作自我成長, 這是他們的回饋。

至於未來的推廣策略,則先聚焦在高中,理由如下:首先,因為申請人最近兩年(以及可預見的未來三年)主要的社會責任就是高中數學課程,他現在正擔任十二年國教之高中數學課程綱要的召集人,深入地參與高中數學教育的變革。這門課程及其磨課師應用模式,非常適合用來支援高中的加深加廣選修課程。而高中教師同仁,雖然都學過微積分,但是短時間內不容易自組一份適合銜接高中數學課程的微積分。我們的教材,恰好提供了這份需求。

在普通大學與科技大學方面,雖然我們的教材與教法的品質很好,獲得學習者的肯定,可是畢竟各校已經有微積分教授,而且教授們的自主性都很高。因此,各大學可能並不急著需要本教材。這是我們將優先推廣到高中去的另一個考量。也是因為這個策略,使得申請人暫停微積分拾級之(四)、(五)、(六)段的教學影片拍攝。因為這三段的主題為多變數與向量微積分,應該是在高中用不著的。

近兩年的課程實施成效,就學生的評量結果而言,如以下表格。

105 年	共 27 .	人及格	平均成績	±標準差	及格率
	全體	212 名	24	25	13%
A 班	參與者	137 名	33	27	20%
社會組	完成者	65 名	54	23	42%
	共 95 人及格				
105 年	共 95 /	人及格	平均成績	±標準差	及格率
105 年	共 95 / 全體	人及格 438 名	平均成績	±標準差 27	及格率 22%
B 班					
	全體	438 名	33	27	22%

106 年	共 33 /	人及格	平均成績	±標準差	及格率
	全體	128 名	33	29	26%
A 班	參與者	88 名	43	29	38%
社會組	完成者	50 名	62	24	66%
100 6	共 30 /	人及格	平均成績	±標準差	及格率
106年	全體	183 名	25	26	16%
B 班	參與者	95 名	38	28	32%
自然組					

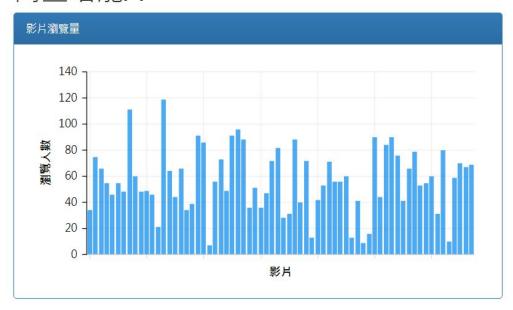
以上表格內的「全體」、「參與者」、「完成者」定義,請看前一節的說明。

前面已經寫過,本教材的品質,可以參考教學影片在 YouTube 平臺上獲得的網民公評。至於本課程的學習份量與評量水準,也已經經過中央大學、中原大學、交通大學、逢甲大學的數學系同仁檢視確認,同意為二學分的大學選修課程。

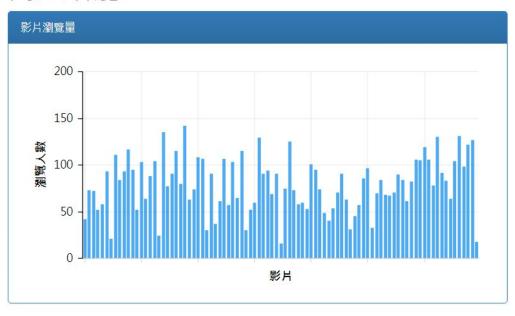
從以上表格看得出來,我們設定的學習份量與評量標準,對學生造成不小的負擔,導致及格率不能算高。表格內的數據也顯示:學生註冊之後卻並沒有參與學習的比率頗高,也就是「Drop-out Rate」頗高;這似乎是網路課程的普遍情形。另一個值得注意的影響因子,是參與學生的起始數學能力。若以學測數學級分為指標,則報名本課程的學生,學測成績從 6 級分到 15 級分都有。此影響因子屬研究課題,我們的支援團隊還在分析這些數據。而這麼寬的起點行為光譜,也表示微積分先修課程有其「分級」的必要性。

課程使用的教學影片,已經在第2小節說明了。它們在 YouTube 平臺上的播放次數,如附錄一所示。在此課程中,A 班的每支影片在課程內平均播放 57次,而 B 班的每支影片平均播放 80次。各班各影片的播放次數分佈圖如下。

高三增能A



高三增能B



「先修課程」的最主要目的是幫助高中畢業生準備大一的專業課程。因此,很值得做延後的追蹤調查。因為課程已經結束,此時沒有足夠資源做大規模的調查,所以僅挑選部份成績及格的學生,以 Email 請他們發表感言。部份的回信載於附錄八。

五、資源投入與效益

根據中央大學教務處教學發展中心同仁提供的資料,本課程之磨課師教材製作部分(錄影、後製、差旅費等),特別是微積分拾級系列(一、二、三)以及基礎數學系列,先後獲得經費如下:

- 1.102 年度臺聯大磨課師計畫:40 萬元。
- 2.104年度磨課師課程推動計畫—課程應用模式發展計畫:含自籌款共88萬元,計畫共有3種應用模式,其中微積分拾級約分配30萬元。

根據中央大學桃竹苗區域教學資源中心同仁提供的資料,本課程之「高三增能網路課程」獲補助之經費(助教、印刷、郵寄等)如下:

- 1.104年度:10萬元。
- 2.105年度:13萬元。
- 3.106年度:5萬元。

「微積分題庫平臺」也獲得教育部資助,它是「桃竹苗區域教學資源整合」計畫的一部份,不容易分隔「題庫」的實際預算。此題庫平臺也不是專門為了磨課師課程應用或高三增能網路課程而做的,本課程僅屬於題庫平臺的服務對象之一,所以應該不必把它的開發經費計做這門課的成本。

同理,本課程在 105 年度使用學聯網 (ShareCourse) 而 106 年度使用 NCUx 平臺,它們也都各有資源挹注。可是本課程僅為上述平臺的服務對象,所以不列為這門課的成本。

但是,如果沒有前述「題庫平臺」與「課程平臺」的無償借用,這門課程 不可能僅用上述的5—13萬元成本即可開課。而且,這門中央大學的網路課程, 也增加了數學系、教務處行政同仁的負擔,這些行政資源,也沒有額外付費。

最後,高中的導師和授課的教師(單維彰),都沒有支領額外的酬勞。

根據以上計算,在教材已經備妥、相關平臺另有資源維護其運作、各校相關人員無償奉獻的條件下,開設這門「半網路」微積分先修課程的成本,大約可以維持在每位學生 200 元以內。中央大學劉副教務長已經表示,若明年(107年)想要繼續開課,服務全國高三學生,教務處可以用「創新教學計畫」給予資助;該計畫最多補助 10 萬元,應該足敷使用。

教材製作者以及課程應用者(單維彰)在中央大學的升等程序裡,找不到可以援引此項教育工作而獲得加分之條文。事實上,中央大學的升等辦法有一項「門檻」規定:五年內至少擔任過兩年的科技部計畫主持人。申請者有研究的代表作,但是近年全在執行教育部或國家教育研究院的計畫,並未申請科技部計畫。所以,他若能獲得磨課師的「標竿課程」肯定,則希望以此殊榮,加上「第七屆全國傑出通識教育教師獎」的榮譽,向教評會提出抵免科技部研究計畫「門檻」的申請。

六、附錄(佐證資料)

附錄一·高三增能微積分先修課程 A、B 兩班之教學影片聯集表

說明

- (1) 所有教學影片皆免費公佈在 YouTube 平臺上,網址如表格所列。
- (2) 除了「微積分是甚麼?」列出新舊兩版以外,其他影片皆顯示最後版本。
- (3) 點播次數如實依 YouTube 平臺的紀錄所載,統計的時間點是民國 106 年 11 月 12 日 15:00 左右。
- (4) 因為教學影片皆公佈在 YouTube 平臺,所以顯示的點播記錄是全網路的紀錄,並非「高三 增能微積分先修課程」修課學生的觀看次數。
- (5) 表格中的「系列」說明。如前述,申請人曾經做過幾個不同系列的教學影片,遇到不同需求的課程時,從這些系列組織成為適當的課程。表格中的「系列」欄位即為影片原來所屬的系列。其縮寫性質如下:

(無):為特殊課程臨時製作,不屬於任何系列

基礎:基礎數學

入門:大學入門微積分 商管:商管應用微積分

拾級一:微積分拾級(一) 拾級二:微積分拾級(二) 拾級三:微積分拾級(三)

(6) 表格中的「網址」說明。所有網址都是縮短的 YouTube 平臺網址,請在網址字串之前,放置 https://youtu.be/。例如當網址寫 XCSfvBm3J8Y,表示 https://youtu.be/XCSfvBm3J8Y。 後面附錄五、六將有各支教學影片的連結網址。

表格

編號	系列	班別	教學影片名稱	長度	網址	次數
1	(無)	A	課程導入A	09:00	ZPYK_FeqSgY	525
2	(無)	В	課程導入 B	09:00	GeSHkiuFzEs	386
3	(無)	A, B	快樂學習磨課師	02:41	4DAsvjC6GuU	244
4	入門 A,B 微積分是甚麼(舊、新)	09:13	bnoS_3zTw	424074		
5	, 21 1	A, B		09:00	XCSfvBm3J8Y	41622

6	基礎	A	函數圖形 [複習]	06:20	1W8wFwJJRes	2704
7	基礎	A	 綜合除法 [複習]	10:12	28zj2-L9Zhw	2972
8	基礎	В	離散型隨機變數 [複習]	12:08	Q_vs16cVkFY	2623
9	基礎	В	弧度量	12:18	t5hiaUsuICI	1365
10	基礎	В	為什麼要用弧度量	10:00	1FBbobU1CSc	2248
11	商管	A, B	安裝 Maxima [電腦]	08:06	HY2fmpa5Wsc	2106
12	商管	A	泰勒形式意在估計	12:38	eHa2AfGQh8Y	5804
13	商管	A	導數基本公式	09:27	DhNQLNxCmEg	2251
14	商管	A	當泰勒一次項消失時	13:03	t4m8r8tHwik	1733
15	商管	A	求多項式極值的一般性方法	16:54	iD7yGLX7eNg	3680
16	商管	A	導數的極限定義	13:12	-al655sDkbg	2742
17	商管	A	導函數的極限定義	09:54	uoUl20_1hAs	3033
18	商管	A, B	推廣的微分基本公式	19:04	x73rPwPvsUU	2097
19	商管	A	代數函數之微分示範	10:37	LnRF3FXfmoU	1687
20	商管	A, B	微分乘法律	08:29	a_Q21ETpkYo	2039
21	商管	A, B	擴張的微分基本公式	11:39	5sgdlMuNwWQ	2144
22	商管	A, B	切線與一次估計	12:33	vHkRuXd1Qb0	2629
23	商管	A	高階導數與泰勒係數	14:58	FpiJKvM0pQ0	3675
24	商管	A, B	微分連鎖律	07:12	LNtawPWjRuA	9525
25	商管	A, B	微分除法律	04:59	nqtv2zbEZXo	1969
26	商管	A	配三方	06:53	wjhld60RU8M	772
27	商管	A	三次多項式函數的圖形	14:16	z4vQra7TasM	3012
28	商管	A, B	當泰勒二次項消失時:反曲點	13:48	2FZaWcmKshA	2604
29	商管	A, B	少數的意外狀況	11:06	d60o-G7HlKY	1178
30	商管	A, B	萊布尼茲符號	10:14	ctxH92BUbtg	3751
31	商管	A, B	微量符號用於估計	08:34	3fMtt1Xjpmk	1825
32	商管	A, B	導數的單位與速度意涵	11:04	us-j05y90Es	637
33	商管	A	導數的邊際意涵	10:42	7BUR5UUQ5yU	1645

34	商管	A	邊際利潤範例	03:33	7KdBFXpqB1g	2513
35	商管	A, B	相關變化率	09:21	4Rc-h2K9X9E	2374
36	商管	A, B	相關變化率範例—吹氣球	09:12	ABJ3QT4ifN4	2096
37	商管	A	相關變化率範例—利潤	05:29	GikzM4lferU	1074
38	商管	A, B	積分	15:08	m_03_bH7xMs	12537
39	商管	A, B	反導函數	07:43	HlDyP2PgqFs	8070
40	商管	A, B	積分基本公式	11:35	lc-VyKMooNc	39140
41	商管	A, B	自由落體	10:31	ao6fJ00qJo8	2215
42	商管	A, B	微積分基本定理	12:12	qb8I4d180CA	7681
43	商管	A, B	積分的總量意涵	10:34	syEprD6XRrU	2933
44	商管	A, B	積分的面積意涵	11:40	kuDaQ9SG1fs	7268
45	商管	A	弓形面積	11:50	FKh6duoMUq0	3794
46	商管	A, B	曲線間的面積	11:30	_sW3xCdJL-k	3801
47	商管	A	供需平衡	14:43	aNx8kwQzcCA	2141
48	商管	A, B	連續函數值的平均	10:14	iImjrm4O3EE	1617
49	商管	A, B	直方圖	20:19	r-ороу3осР8	1558
50	拾級一	A, B	Maxima 入門 [電腦]	07:04	y7WOwHtwfrI	2002
51	拾級一	A	多項式函數的切線與導數	07:09	5HYwRDP-03M	1757
52	拾級一	A	泰勒多項式	18:04	Kb5ENSprSxE	7121
53	拾級一	A	多項式函數的局部圖形像直線	06:38	sbWtsgyUKcE	1046
54	拾級一	A	導數的係數積與加減	14:06	9T9UZL7m7ow	568
55	拾級一	A, B	微分與導函數	08:12	cAcWyYp2yA8	4915
56	拾級一	A, B	計算導數與導函數 [電腦]	11:34	v0fWvzf-uiA	2056
57	拾級一	A	導數的極限記號	10:39	D_u92r-VofQ	756
58	拾級一	A	多項式函數的增減	14:48	twLYiyo9VJA	1081
59	拾級一	A	相對極值	13:37	dCRS-atxW48	1602
60	拾級一	A	多項式極值的應用示範	12:42	CnKD5KqvpAM	841
61	拾級一	A, B	一次估計示例:複利規則	07:59	L4299rAb9o8	1766

62	拾級一	A, B	微分乘法律的證明	08:33	83R42bw4NrE	683
63	拾級一	A, B	用微分計算泰勒多項式	14:24	VbB1gpYKJtM	2377
64	拾級一	A, B	微分連鎖律的證明	13:00	K0j99cEtAr8	1536
65	拾級一	A	多項式的極限運算	09:35	UxoJ7DITW8o	1208
66	拾級一	A, B	極限的逼近意涵	06:53	lHguUGjmclw	464
67	拾級一	A, B	積分的計算 [電腦]	10:46	9IHV6OqtglI	1048
68	拾級一	A, B	代換積分法	08:34	X1zlbkU34kI	3653
69	拾級一	A, B	機率密度函數	13:46	L9rxyLcb-gE	4439
70	拾級一	A, B	定積分的機率意涵	11:36	-Q0xoZh_04s	589
71	拾級一	A	圓的面積	03:32	xcQxptkTTCQ	2569
72	拾級一	A	球的體積	07:29	qLZNyXZiHI8	5650
73	拾級一	A	球的表面積	06:47	Com5JdUmP34	175
74	拾級二	В	連續複利的年增率	13:36	uxnEnrQhb2c	3063
75	拾級二	В	指數函數的微分	07:26	BirAxHn1XZ0	2816
76	拾級二	В	標準指數函數及其微分	08:25	yLWAhRkUPVY	6062
77	拾級二	В	標準指數函數的反導函數	04:25	EB6A_EnPMhI	2087
78	拾級二	В	自然對數與一般指數的微分	09:16	GvvRWalf4to	7742
79	拾級二	В	對數律	03:23	S5K-wKFqdgw	1709
80	拾級二	В	自然對數的圖形與微分	08:07	vmjs32cQL4A	3149
81	拾級二	В	計算指對數 [電腦]	03:09	FK183icHaS8	868
82	拾級二	В	指對數的微分應用	14:39	Qr89zNhtJZg	554
83	拾級二	В	指數與對數的積分	07:25	8t12euDeP-c	2116
84	拾級二	В	指對數的微積分計算 [電腦]	10:28	_3fA23_V228	737
85	拾級二	В	X 倒數的積分	06:42	99tVmucfbRs	1787
86	拾級二	В	有理函數的反導函數一	13:44	7nRcRJY4cuQ	850
87	拾級二	В	有理函數的微積分計算 [電腦]	06:12	pRHki9Vza78	622
88	拾級二	В	有理函數的圖形	05:18	k_FsoNHaHe8	824
89	拾級二	В	有理函數的無窮遠處極限	12:11	RN5F_RKkZx8	1379
	•			•	•	

90	拾級二	В	有理函數的鉛直漸近線	14:47	URdzPkWt1FY	895
91	拾級二	В	斜漸近線	09:06	RbmreihMMIc	824
92	拾級二	В	有理函數之繪圖 [電腦]	11:02	PLlaTJs0prY	457
93	拾級二	В	無窮大的運算	11:06	BlvWyjcknm8	696
94	拾級二	В	指對數函數的極限	06:27	0QwQcWYkF-Y	1001
95	拾級二	В	不定形式	06:26	HTqvDUDWG8k	779
96	拾級二	В	羅必達法則	15:50	NlFZgClwoSk	2786
97	拾級二	В	不定形式的極限	07:31	BVm5qFC8VUs	785
98	拾級二	В	指對數的泰勒多項式	10:56	-K9WunQQ2xw	1514
99	拾級二	В	廣義積分一:無窮範圍	16:19	Wg4VlCsT_cs	1060
100	拾級二	В	廣義積分二:鉛直漸近線	19:43	3gSE5eP1tEU	704
101	拾級二	В	廣義積分的計算[電腦]	03:33	d8MwLjn5FQQ	558
102	拾級二	В	連續型隨機變數	05:06	-laZzJZNUAU	1197
103	拾級二	В	鐘型的機率分佈	15:00	7P_7die6Lno	1551
104	拾級二	В	正規分佈函數	14:49	guQ3uWU1EQw	883
105	拾級二	В	正規分佈的計算[電腦]	10:30	hdlGZkHY0EA	579
106	拾級二	В	認識微分方程	14:02	Qyutkf6I_Cs	39844
107	拾級二	В	與自身成正比的變化	12:16	C-wlq_4r2cc	328
108	拾級二	В	分離變數法	07:40	mUjTUQUh8C4	5682
109	拾級二	В	按比例成長或衰退	18:08	8-xGWzYkjfg	420
110	拾級二	В	牛頓冷卻定律	14:02	Z6cJISn7kvc	1309
111	拾級二	В	供需模型	19:58	3Cp_MNJGyOA	568
112	拾級二	В	用指數推廣算幾不等式	09:39	kAx90WVFt3A	508
113	拾級三	В	正弦原點切線	12:49	oYzZhuKbH9g	755
114	拾級三	В	正餘弦的導函數	10:24	dIiz5J7Z3_M	540
115	拾級三	В	三角函數的微分應用	13:41	RTHjUabGQ5Q	805
116	拾級三	В	其他三角函數的微分	05:32	1kZUAY1p2ow	400
117	拾級三	В	三角函數的積分	07:08	6LkNP84VAFI	565

118	拾級三	В	三角代換定積分	11:09	WuUAmEKe_HQ	731
119	拾級三	В	反三角反導函數	07:45	rU08mAE9wlM	418
120	拾級三	В	有理函數的反導函數二	09:08	1EfH0giUJCs	259
121	拾級三	В	正餘弦的泰勒多項式	14:17	mbf4jpIb38U	145
122	拾級三	В	數學中最美的等式	10:55	N9nME0AuZy4	12622

附錄二・民國 106 年報名與課程期程表

日期	微積分課程 時程	需要 貴校教師協助之事項
3/20~4/14	報名	 向學生收取報名表(附件二)與個資同意書(附件三)。 填寫教師推薦函(附件一)。 郵寄教師推薦函、報名表、個資同意書至中央大學。 (4/14 截止,郵戳為憑)
4/21	發放學生帳號	發放學生課程之帳號。
4/24~4/28	系統測試	協助學生測試帳號是否可以使用。
5/1~6/4	六週之線上課程	 印出紙本之每週試卷。 課後發放試卷並監考。 郵寄作答完畢之試卷。 發放中大閱畢之試卷。
6/4~	成績結算發成績單	通知貴校學生至貴校領取成績單與修課證明書。

附録三・微積分先修課程 A、B 班的差異説明

桃竹苗區域教學資源中心、中央大學數學系 單維彰·民國 106 年 3 月 7 日

提要

民國 103、104 年「高三增能」微積分先修課程的學生意見,顯示多數「自然組」高中畢業生認為原訂的課程進度太慢,或者內容太簡單。回應這項重要的意見,我們從 105 年度起提供 A、B 兩類微積分先修課程。簡單地說,A 類課程適合「社會組」學生,不假設任何高三下學期的選修數學基礎;而 B 類課程適合「自然組」學生,假設已經具備高三下學期選修「數學甲」的基本能力。

A、B分類判準

若學生已經能夠自如地解決以下類型的問題,則可以選B類先修課程,否則建議選A類為宜。

- (1) 求 $\lim_{x\to a} \frac{x^3-a^3}{x-a}$, 其中 a 為實數。
- (2) 求 $y = x^3 x + 1$ 在 x = 2 的切線方程式。
- (3) 求 $f(x) = x^3 2x^2 + x 1$ 的導函數,以及 f'(-1) 的值。
- (4) 描繪一個三次多項式函數的圖形,包括相對極值和反曲點。
- (5) $\not x \int x^2 1 \, dx \quad \not \cup \not A \int_{-1}^1 \pi x^2 x \, dx \circ$
- (6) 求曲線 $y=1-x^2$ 在第一象限所圍的區域,繞 y 軸旋轉形成的體積。

課程內容

大致而言,微積分先修課程 A 以多項式函數為例,學習微分與積分的概念、技巧和典型應用。而微積分先修課程 B 則以「選修數學甲Ⅱ」為基礎,延伸至代數函數、三角函數、指數與對數函數,並初步認識機率密度函數與微分方程式。

具體的課程內容,請看授課計畫表,如下。

	微積分先修 A	微積分先修 B
週次	每週線上學習 5 小時,面授與驗收測驗 1 小時,共 6 小時;六週共 36 小時,合 2 學分之學習內容	每週線上學習 5 小時,面授與驗收測驗 1 小時,共 6 小時;六週共 36 小時,合 2 學分之學習內容
1	課程介紹,系統導入,微積分 簡介。複習多項式、多項式函 數局部圖形特徵、多項式的泰 勒形式	課程介紹,系統導入,微積分簡介,導數的極限定義,極限的逼近意涵,微分的基本公式和運算規律。反導函數、自由落體、定積分、定積分的運動意涵、微積分基本定理,定積

		分的面積意涵,積分的基本代
		換技巧。(本週複習多項式函
		數的微積分,內容較多。)
	多項式的切線、幂函數的微分	指數的標準底,自然對數函
2	公式、導數的極限定義、微分	數,指數與對數函數的微分與
	的線性性質、微分的運算規律	積分。
	推廣的微分基本公式、高階導	玄池东安上从山管明田 十四
	數、泰勒多項式、相對極值、	奉涉無窮大的計算問題,有理
3	基本微分技巧、多項式函數圖	函數的漸近線與其微分和積
	形的描繪、典型應用問題	分。
	反導函數、自由落體、定積	
	分、定積分的運動意涵、微積	定積分的統計意涵,認識微分
4	分基本定理,定積分的面積意	方程,廣義積分。
	涵,積分的基本代換技巧	
	切片積分求體積,旋轉體體積	
	的薄片與薄殼法,定積分的統	6 - 1
5	計意涵,廣義積分,典型應用	三角函數的微積分。
	問題	
6	極限的逼近意涵,微積分的應	 微積分的應用雜例。期末考。
U	用雜例。期末考	DECTR 14 HT 1/00 11 THE DIT 1941 ALC 1
		U

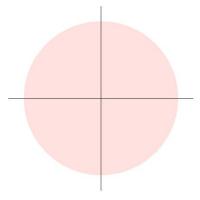
附錄四·教學影片搭配的單篇文本舉例

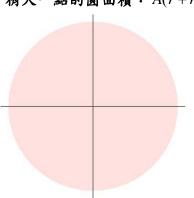
球的表面積

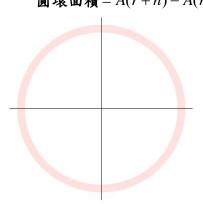
https://youtu.be/Com5JdUmP34

單維彰·2015年4月

半徑為r的圓面積: $A(r) = \pi r^2$ 稍大一點的圓面積:A(r+h) 圓環面積 = A(r+h) - A(r)







半徑為
$$r$$
的園周長 $\approx \frac{A(r+h)-A(r)}{h}$

半徑為
$$r$$
的園周長 $=\lim_{h\to 0} \frac{A(r+h)-A(r)}{h}$
$$=[A(r)]'$$
$$=[\pi r^2]'$$
$$=2\pi r$$

以上理解了圓周長是圓面積的導函數;用類比的方法,可以理解球的表面積是球體積的導函數。

半徑為r的球體積: $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

稍大球體積:V(r+h)

球殼體積=V(r+h)-V(h)

半徑為r的球表面積 $\approx \frac{V(r+h)-V(r)}{h}$

半徑為
$$r$$
的球表面積 $=\lim_{h\to 0} \frac{V(r+h)-V(r)}{h}$
$$=[V(r)]'$$
$$=[\frac{4}{3}\pi r^3]'$$
$$=4\pi r^2$$

所以半徑為r的球表面積為 $4\pi r^2$ 。

附録五·高三增能微積分先修 A 班授課計畫表

第一週	單元名稱	時間	影片連結
1	課程導入A	09:00	https://youtu.be/ZPYK FeqSgY
2	快樂學習磨課師	02:41	https://youtu.be/4DAsvjC6GuU
3	微積分是什麼	09:00	https://youtu.be/XCSfvBm3J8Y
4	安裝 Maxima [電腦]	08:06	https://youtu.be/HY2fmpa5Wsc
5	Maxima 入門 [電腦]	07:04	https://youtu.be/y7WOwHtwfrl
6	函數圖形 [複習]	06:20	https://youtu.be/1W8wFwJJRes
7	綜合除法 [複習]	10:12	https://youtu.be/28zj2-L9Zhw
8	泰勒多項式	18:04	https://youtu.be/Kb5ENSprSxE
9	多項式函數的局部圖形像直線	06:38	https://youtu.be/sbWtsgyUKcE
10	泰勒形式意在估計	12:38	https://youtu.be/eHa2AfGQh8Y
11	多項式函數的切線與導數	07:09	https://youtu.be/5HYwRDP-03M
12	導數基本公式	09:27	https://youtu.be/DhNQLNxCmEg
第二週	單元名稱	時間	影片連結
1	導數的係數積與加減	14:06	https://youtu.be/9T9UZL7m7ow
2	微分與導函數	08:12	https://youtu.be/cAcWyYp2yA8
3	計算導數與導函數 [電腦]	11:34	https://youtu.be/v0fWvzf-uiA
4	多項式函數的增減	14:48	https://youtu.be/twLYiyo9VJA
5	相對極值	13:37	https://youtu.be/dCRS-atxW48
6	當泰勒一次項消失時	13:03	https://youtu.be/t4m8r8tHwik
7	求多項式極值的一般性方法	16:54	https://youtu.be/iD7yGLX7eNg
8	多項式極值的應用示範	12:42	https://youtu.be/CnKD5KqvpAM
9	導數的極限記號	10:39	https://youtu.be/D_u92r-VofQ
10	多項式的極限運算	09:35	https://youtu.be/UxoJ7DITW8o
11	導數的極限定義	13:12	https://youtu.be/-al655sDkbg
12	導函數的極限定義	09:54	https://youtu.be/uoUl20 1hAs
第三週	單元名稱	時間	影片連結

1	推廣的微分基本公式	19:04	https://youtu.be/x73rPwPvsUU
2	代數函數之微分示範	10:37	https://youtu.be/LnRF3FXfmoU
3	微分乘法律	08:29	https://youtu.be/a Q21ETpkYo
4	微分乘法律的證明	08:33	https://youtu.be/83R42bw4NrE
5	擴張的微分基本公式	11:39	https://youtu.be/5sgdlMuNwWQ
6	切線與一次估計	12:33	https://youtu.be/vHkRuXd1Qb0
7	一次估計示例: 複利規則	07:59	https://youtu.be/L4299rAb9o8
8	高階導數與泰勒係數	14:58	https://youtu.be/FpiJKvM0pQ0
9	用微分計算泰勒多項式	14:24	https://youtu.be/VbB1gpYKJtM
10	微分連鎖律	07:12	https://youtu.be/LNtawPWjRuA
11	微分連鎖律的證明	13:00	https://youtu.be/K0j99cEtAr8
12	微分除法律	04:59	https://youtu.be/nqtv2zbEZXo
13	極限的逼近意涵	06:53	https://youtu.be/IHguUGjmclw
第四週	單元名稱	時間	影片連結
1	配三方	06:53	https://youtu.be/wjhld6ORU8M
2	三次多項式函數的圖形	14:16	https://youtu.be/z4vQra7TasM
3	三次多項式函數的圖形 當泰勒二次項消失時:反曲點	14:16 13:48	https://youtu.be/z4vQra7TasM https://youtu.be/2FZaWcmKshA
3	當泰勒二次項消失時:反曲點	13:48	https://youtu.be/2FZaWcmKshA
3	當泰勒二次項消失時:反曲點 少數的意外狀況	13:48 11:06	https://youtu.be/2FZaWcmKshA https://youtu.be/d60o-G7HIKY
3 4 5	當泰勒二次項消失時:反曲點 少數的意外狀況 萊布尼茲符號	13:48 11:06 10:14	https://youtu.be/2FZaWcmKshA https://youtu.be/d60o-G7HIKY https://youtu.be/ctxH92BUbtg
3 4 5 6	當泰勒二次項消失時:反曲點 少數的意外狀況 萊布尼茲符號 微量符號用於估計	13:48 11:06 10:14 08:34	https://youtu.be/2FZaWcmKshA https://youtu.be/d60o-G7HIKY https://youtu.be/ctxH92BUbtg https://youtu.be/3fMtt1Xjpmk
3 4 5 6 7	當泰勒二次項消失時:反曲點 少數的意外狀況 萊布尼茲符號 微量符號用於估計 導數的單位與速度意涵	13:48 11:06 10:14 08:34 11:04	https://youtu.be/2FZaWcmKshA https://youtu.be/d60o-G7HIKY https://youtu.be/ctxH92BUbtg https://youtu.be/3fMtt1Xjpmk https://youtu.be/us-jO5y9OEs
3 4 5 6 7 8	當泰勒二次項消失時:反曲點 少數的意外狀況 萊布尼茲符號 微量符號用於估計 導數的單位與速度意涵 導數的邊際意涵	13:48 11:06 10:14 08:34 11:04 10:42	https://youtu.be/2FZaWcmKshA https://youtu.be/d60o-G7HIKY https://youtu.be/ctxH92BUbtg https://youtu.be/3fMtt1Xjpmk https://youtu.be/us-jO5y9OEs https://youtu.be/7BUR5UUQ5yU
3 4 5 6 7 8	當泰勒二次項消失時:反曲點 少數的意外狀況 萊布尼茲符號 微量符號用於估計 導數的單位與速度意涵 導數的邊際意涵 邊際利潤範例	13:48 11:06 10:14 08:34 11:04 10:42 03:33	https://youtu.be/2FZaWcmKshA https://youtu.be/d60o-G7HIKY https://youtu.be/ctxH92BUbtg https://youtu.be/3fMtt1Xipmk https://youtu.be/us-iO5y9OEs https://youtu.be/7BUR5UUQ5yU https://youtu.be/7KdBFXpqB1g
3 4 5 6 7 8 9	當泰勒二次項消失時:反曲點 少數的意外狀況 萊布尼茲符號 微量符號用於估計 導數的單位與速度意涵 導數的邊際意涵 邊際利潤範例 相關變化率	13:48 11:06 10:14 08:34 11:04 10:42 03:33 09:21	https://youtu.be/2FZaWcmKshA https://youtu.be/d60o-G7HIKY https://youtu.be/ctxH92BUbtg https://youtu.be/3fMtt1Xjpmk https://youtu.be/3fMtt1Xjpmk https://youtu.be/us-jO5y9OEs https://youtu.be/7BUR5UUQ5yU https://youtu.be/7KdBFXpqB1g https://youtu.be/4Rc-h2K9X9E
3 4 5 6 7 8 9 10	當泰勒二次項消失時:反曲點 少數的意外狀況 萊布尼茲符號 微量符號用於估計 導數的單位與速度意涵 導數的邊際意涵 邊際利潤範例 相關變化率 相關變化率	13:48 11:06 10:14 08:34 11:04 10:42 03:33 09:21 09:12	https://youtu.be/2FZaWcmKshA https://youtu.be/d60o-G7HIKY https://youtu.be/ctxH92BUbtg https://youtu.be/3fMtt1Xjpmk https://youtu.be/us-jO5y9OEs https://youtu.be/7BUR5UUQ5yU https://youtu.be/7KdBFXpqB1g https://youtu.be/4Rc-h2K9X9E https://youtu.be/ABJ3QT4ifN4

2	反導函數	07:43	https://youtu.be/HIDyP2PgqFs
3	積分基本公式	11:35	https://youtu.be/lc-VyKMooNc
4	自由落體	10:31	https://youtu.be/ao6fJOOqJo8
5	微積分基本定理	12:12	https://youtu.be/qb8I4d18OCA
6	積分的總量意涵	10:34	https://youtu.be/syEprD6XRrU
7	積分的面積意涵	11:40	https://youtu.be/kuDaQ9SG1fs
8	弓形面積	11:50	https://youtu.be/FKh6duoMUq0
9	積分的計算 [電腦]	10:46	https://youtu.be/9IHV6Oqtgll
10	曲線間的面積	11:30	https://youtu.be/ sW3xCdJL-k
11	供需平衡	14:43	https://youtu.be/aNx8kwQzcCA
12	連續函數值的平均	10:14	https://youtu.be/ilmjrm4O3EE
第六週	單元名稱	時間	影片連結
1	代換積分法	08:34	https://youtu.be/X1zlbkU34kI
2	直方圖	20:19	https://youtu.be/r-opoy3ocP8
3	機率密度函數	13:46	https://youtu.be/L9rxyLcb-gE
4	定積分的機率意涵	11:36	https://youtu.be/-Q0xoZh 04s
5	圓的面積	03:32	https://youtu.be/xcQxptkTTCQ
6	球的體積	07:29	https://youtu.be/qLZNyXZiHI8
7	球的表面積	06:47	https://youtu.be/Com5JdUmP34

附錄六·高三增能微積分先修 B 班授課計畫表

第一週	單元名稱	時間	影片連結
1	課程導入B	09:00	https://youtu.be/GeSHkiuFzEs
2	快樂學習磨課師	02:41	https://youtu.be/4DAsvjC6GuU
3	微積分是什麼	09:00	https://youtu.be/XCSfvBm3J8Y
4	安裝 Maxima [電腦]	08:06	https://youtu.be/HY2fmpa5Wsc
5	Maxima 入門 [電腦]	07:04	https://youtu.be/y7WOwHtwfrI
6	微分與導函數	08:12	https://youtu.be/cAcWyYp2yA8
7	計算導數與導函數 [電腦]	11:34	https://youtu.be/v0fWvzf-uiA
8	推廣的微分基本公式	19:04	https://youtu.be/x73rPwPvsUU
9	微分乘法律	08:29	https://youtu.be/a_Q21ETpkYo
10	微分乘法律的證明	08:04	https://youtu.be/83R42bw4NrE
11	擴張的微分基本公式	11:39	https://youtu.be/5sgdlMuNwWQ
12	切線與一次估計	12:33	https://youtu.be/vHkRuXd1Qb0
13	一次估計示例:複利規則	07:59	https://youtu.be/L4299rAb9o8
14	微分連鎖律	07:12	https://youtu.be/LNtawPWjRuA
15	微分連鎖律的證明	13:00	https://youtu.be/K0j99cEtAr8
16	微分除法律	04:59	https://youtu.be/nqtv2zbEZXo
17	極限的逼近意涵	06:53	https://youtu.be/IHguUGjmclw
18	當泰勒二次項消失時:反曲點	13:48	https://youtu.be/2FZaWcmKshA
19	少數的意外狀況	11:06	https://youtu.be/d60o-G7HIKY
20	萊布尼茲符號	10:14	https://youtu.be/ctxH92BUbtg
21	微量符號用於估計	08:34	https://youtu.be/3fMtt1Xjpmk
22	積分	15:08	https://youtu.be/m_03_bH7xMs
23	反導函數	07:43	https://youtu.be/HlDyP2PgqFs
24	積分基本公式	11:35	https://youtu.be/lc-VyKMooNc
第二週	單元名稱	時間	影片連結
1	導數的單位與速度意涵	11:04	https://youtu.be/us-jO5y9OEs

2	相關變化率	09:21	https://youtu.be/4Rc-h2K9X9E
3	相關變化率範例吹氣球	09:12	https://youtu.be/ABJ3QT4ifN4
4	自由落體	10:31	https://youtu.be/ao6fJOOqJo8
5	微積分基本定理	12:12	https://youtu.be/qb8I4d18OCA
6	積分的總量意涵	10:34	https://youtu.be/syEprD6XRrU
7	積分的面積意涵	11:40	https://youtu.be/kuDaQ9SG1fs
8	積分的計算 [電腦]	10:46	https://youtu.be/9IHV6OqtglI
9	曲線間的面積	11:30	https://youtu.be/_sW3xCdJL-k
10	連續函數值的平均	10:14	https://youtu.be/iImjrm4O3EE
11	代換積分法	08:34	https://youtu.be/X1zlbkU34kI
12	連續複利的年增率	13:36	https://youtu.be/uxnEnrQhb2c
13	指數函數的微分	07:26	https://youtu.be/BirAxHn1XZ0
14	標準指數函數及其微分	08:25	https://youtu.be/yLWAhRkUPVY
15	標準指數函數的反導函數	04:25	https://youtu.be/EB6A_EnPMhI
16	自然對數與一般指數的微分	09:16	https://youtu.be/GvvRWalf4to
17	對數律	03:23	https://youtu.be/S5K-wKFqdgw
18	自然對數的圖形與微分	08:07	https://youtu.be/vmjs32cQL4A
19	計算指對數 [電腦]	03:09	https://youtu.be/FK183icHaS8
20	指對數的微分應用	14:39	https://youtu.be/Qr89zNhtJZg
21	指數與對數的積分	07:25	https://youtu.be/8t12euDeP-c
22	指對數的微積分計算 [電腦]	10:28	https://youtu.be/_3fA23_V228
第三週	單元名稱	時間	影片連結
1	X 倒數的積分	06:42	https://youtu.be/99tVmucfbRs
2	有理函數的反導函數一	13:44	https://youtu.be/7nRcRJY4cuQ
3	有理函數的微積分計算 [電腦]	06:12	https://youtu.be/pRHki9Vza78
4	有理函數的圖形	05:18	https://youtu.be/k_FsoNHaHe8
5	有理函數的無窮遠處極限	12:11	https://youtu.be/RN5F_RKkZx8
6	有理函數的鉛直漸近線	14:47	https://youtu.be/URdzPkWt1FY

7	斜漸近線	09:06	https://youtu.be/RbmreihMMIc
8	有理函數之繪圖 [電腦]	11:02	https://youtu.be/PLlaTJs0prY
9	無窮大的運算	11:06	https://youtu.be/BlvWyjcknm8
10	指對數函數的極限	06:27	https://youtu.be/0QwQcWYkF-Y
11	不定形式	06:26	https://youtu.be/HTqvDUDWG8k
12	羅必達法則	15:50	https://youtu.be/NIFZgClwoSk
13	不定形式的極限	07:31	https://youtu.be/BVm5qFC8VUs
第四週	單元名稱	時間	影片連結
1	用微分計算泰勒多項式	14:24	https://youtu.be/VbB1gpYKJtM
2	指對數的泰勒多項式	10:56	https://youtu.be/-K9WunQQ2xw
3	廣義積分一:無窮範圍	16:19	https://youtu.be/Wg4V1CsT_cs
4	廣義積分二:鉛直漸近線	19:43	https://youtu.be/3gSE5eP1tEU
5	廣義積分的計算 [電腦]	03:33	https://youtu.be/d8MwLjn5FQQ
6	直方圖	20:19	https://youtu.be/r-opoy3ocP8
7	機率密度函數	13:46	https://youtu.be/L9rxyLcb-gE
8	定積分的機率意涵	11:36	https://youtu.be/-Q0xoZh_04s
9	離散型隨機變數 [複習]	12:08	https://youtu.be/Q_vs16cVkFY
10	連續型隨機變數	05:06	https://youtu.be/-laZzJZNUAU
11	鐘型的機率分佈	15:00	https://youtu.be/7P_7die6Lno
12	正規分佈函數	14:49	https://youtu.be/guQ3uWUIEQw
13	正規分佈的計算 [電腦]	10:30	https://youtu.be/hdlGZkHY0EA
第五週	單元名稱	時間	影片連結
1	弧度量	12:18	https://youtu.be/t5hiaUsuICI
2	為什麼要用弧度量	10:00	https://youtu.be/lFBbobU1CSc
3	正弦原點切線	12:49	https://youtu.be/oYzZhuKbH9g
4	正餘弦的導函數	10:24	https://youtu.be/dIiz5J7Z3_M
5	三角函數的微分應用	13:41	https://youtu.be/RTHjUabGQ5Q
6	其他三角函數的微分	05:32	https://youtu.be/1kZUAYlp2ow

7	三角函數的積分	07:08	https://youtu.be/6LkNP84VAFI
8	三角代換定積分	11:09	https://youtu.be/WuUAmEKe_HQ
9	反三角反導函數	07:45	https://youtu.be/rU08mAE9wlM
10	有理函數的反導函數二	09:08	https://youtu.be/1EfH0giUJCs
11	正餘弦的泰勒多項式	14:17	https://youtu.be/mbf4jpIb38U
12	數學中最美的等式	10:55	https://youtu.be/N9nME0AuZy4
第六週	單元名稱	時間	影片連結
1	認識微分方程	14:02	https://youtu.be/Qyutkf6I_Cs
2	與自身成正比的變化	12:16	https://youtu.be/C-wlq_4r2cc
3	分離變數法	07:40	https://youtu.be/mUjTUQUh8C4
4	按比例成長或衰退	18:08	https://youtu.be/8-xGWzYkjfg
5	牛頓冷卻定律	14:02	https://youtu.be/Z6cJISn7kvc
6	供需模型	19:58	https://youtu.be/3Cp_MNJGyOA
7	用指數推廣算幾不等式	09:39	https://youtu.be/kAx9OWVFt3A

附錄七・教學影片搭配的驗收測驗舉例

微積分是甚麼?

- 1. 「微積分」的原文是以下哪一個字?
 - (1) Wei-ji-fen
 - (2) Calculus
 - (3) Differentiation
 - (4) Integration
- 2. Calculus 原本是什麼意思?
 - (1) 一部法典
 - (2) 一份寶藏
 - (3) 一套計算方法
 - (4) 九九乘法表
- 3. 「微積分」是以下哪個選項的縮寫?
 - (1) 微分和積分
 - (2) 微風廣場的購物積分
 - (3) 先切成微小的分子,再堆積起來
 - (4) 微渺退縮和積極向上的分辨
- 4. 「微積分」是掌握了什麼觀念之後而發展的計算方法?
 - (1) 快速心算
 - (2) 三角函數
 - (3) 等比級數
 - (4) 無窮
- 5. 以下何者是「微積分」被認為了不起的原因?
 - (1) 它讓我們的心算變得神速
 - (2) 它以一組簡單的算法,計算原本須要很多數學知識的問題
 - (3) 它使我們再也不須要學習新的算法
 - (4) 以上皆是

附錄八·延後到民國 106 年 10 月,追蹤部分學生修課的感想

1. 105 年 B 班,劉同學,內壢高中→中國醫藥大學藥學系

以一門微積分先修而言,我認為學到不少有用的知識,更訓練出一些使用程式碼的邏輯,但因為我現在就讀藥學系,非理工學院,對於微積分並無特別需要,僅依稀記得當初似乎只有少數人認真做完練習題,我認為老師的紙本整理很棒,但好像只有第一大章才有〔單注:106年補上了很多文本〕。另外就是考試方面,我認為可以用一次性的網路測試,並以限時方式作答。影片部分,坦白說,前面對初學者而言十分完美,但中後段有一部分卻和練習題有些脫鉤(依稀記得那是唯二沒拿到滿分),讓我有幾次懶惰直接刷題庫。

2. 105 年 B 班,徐同學,平鎮高中→東華大學

對大一微積分課程幫助頗大,可以不用去上課,期中期末輕鬆過,前提是必須先用心學習一陣子。自主學習才是最重要的,至於去年那六週課程,影片方面沒特別有吸引力,還是多做 簡易版的 PDF 比較有幫助一點。其次,考試難度一點都不會太難,很剛好而已,差不多等於作業難度。一開始都會很認真做,到後面就幾乎不做作業。[單注:106年增加了學習內容。]

3. 105 年 B 班,溫同學,楊梅高中→中正大學財金系

我就讀中正大學財金系,在上學期還是一年級時,上過商用微積分,其中的內容運用老師線上課程所教的內容應對起來十分輕鬆,哪怕我上到下學期老師教導的東西依舊有著不小的作用,我在課程中只需要了解關於商業部份的內容題目,其他基本都可以運用曾經所學,讓我在這一堂課上有著厚實的基礎,對於這點我十分感謝老師當初的教導,如果沒有這些,我想我也不會如此快速的學習。

4. 105 年 B 班, 陳同學, 臺東高中→臺灣大學電機系

一、內容

其實對照現在大學的課程接軌來說,實在是有點太少,不過就高中生來說卻好像 又還好。如果當初修課動機為「反正學測上了沒事」那這樣分量還可以,不過對 於真正一開學就需要用到微積分的同學來說,似乎又遠遠不足。就我們大一上的 狀況就是:高三這六週的課程, 開學根本第二週一半就教完了。雖然說只是入門, 不過特別是對於我們這種偏鄉的學生來說, 其他同學許多甚至在高一、高二就已 經學完這些內容了。說到這裡, 我發覺我好像有一點過於要求了其實, 畢竟這門 課的要求難度本來就不太難。因此也不用特別調成非常難, 只是希望可以多講解 一些東西。[單注:台大電機系果然厲害。106年增加了學習內容。]

二、講課

這方面是我最為滿意的,速度適中(到偏慢?好啦但我可以自己跳過,太快反而

不好),又講解清楚。當然就嚴謹度上還不算是最完整的,但對於建構基礎是相當有助益的。

三、考試

這部份我有一些小小的看法。就是教授您很強調一直說用電腦算,可是反而變成同學們在考試答題時反而不習慣自己計算都交給電腦。於是在考試時,感覺難度就直接提升了許多。事實上不是變難了,而是一些基本能力沒有完全培養好。我支持不要無謂的玩數學計算技巧,但是基本的運算能力要有,正誠如我大學微積分助教所說:「你自己連基礎的都做不出來,這樣你可能都搞不懂電腦算出來的那些東西是怎麼來的、該怎麼讀取與使用計算結果」,因此我還是覺得要多練習手算,太過複雜的數字再交給電腦。那手算的部分則是自己算過後再用電腦運算(我當時的學習模式)。

大概是如此。不過大學的微積分真是博大精深,而我個人積分能力不是很好 (期末考只有50分,系上還加考了Laplace transform QAQ),可見除了入門之外, 額外的自主學習能力也是很重要的。

最後,我希望對於學弟妹們可以多多推廣這個課程,因為我有學弟上了大學發現非常後悔當初沒有先選修,現在跟進度跟得很辛苦。感謝教授您當初的教誨,為我的微積分打下了雖不多卻穩固的基礎,(急於求成也是無意義的^^)謝謝您!

5. 106 年 A 班,林同學,中山女高→清華大學經濟系

對我現在的學習很有幫助。因為我高中是社會組,對微積分沒有概念,藉由先修課程,讓我事先認識微積分基本定理,加上做練習題和作業,使我更順利地銜接大學課程。

6. 106 年 B 班, 李同學, 內壢高中→中正大學物理系

對我剛開學時很有幫助,因為我是物理系的,剛開始時就要用到一些變數代換的 微積分,因為有先修所以比同學快能熟練跟理解,我覺得幸好我有先修要不然課 業壓力就會更大。

7. 106 年 B 班,曾同學,平鎮高中→中央大學

線上的課程可以讓我隨時隨地有時間就能學,有別於一般上課,也許我此時很疲勞,但我依然能另外花時間補足課程。還有當我不懂時可以反覆地觀看,可能先停停看看這章節的例題是如何使用的。但是有些我覺得不便的地方是,沒辦法立即的發問,還有因為這課程不是分系開課,所以有些內容涵蓋有些廣泛。最後我覺得這次課程,對我現在大一來說,十分有幫助,雖然之前上的比較倉促,但很多觀念都有基本的概念了,如此一來在現在大一的課程,我都能比較快上手。